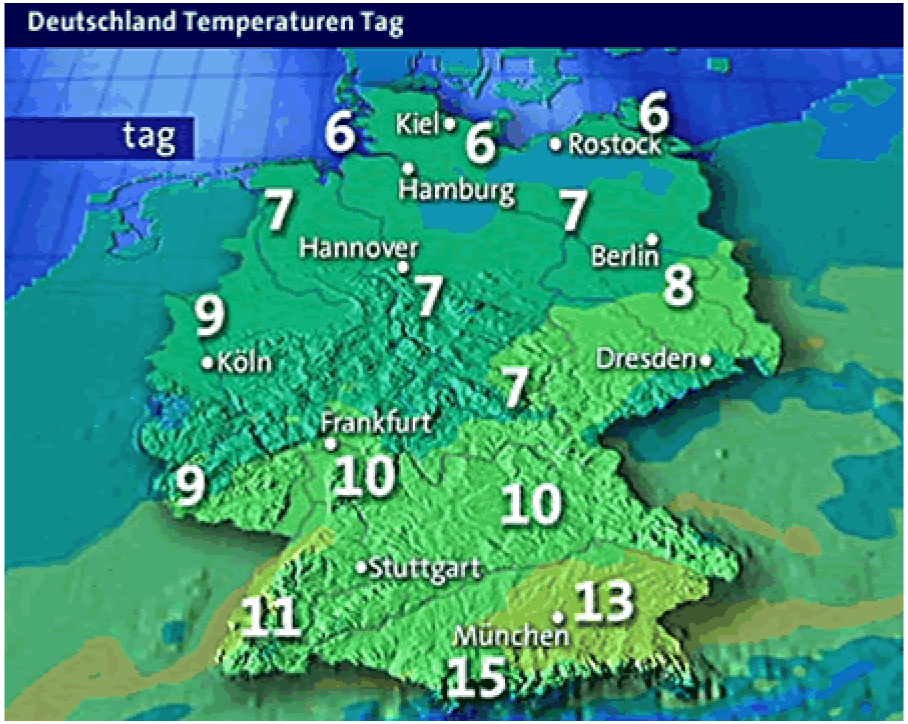
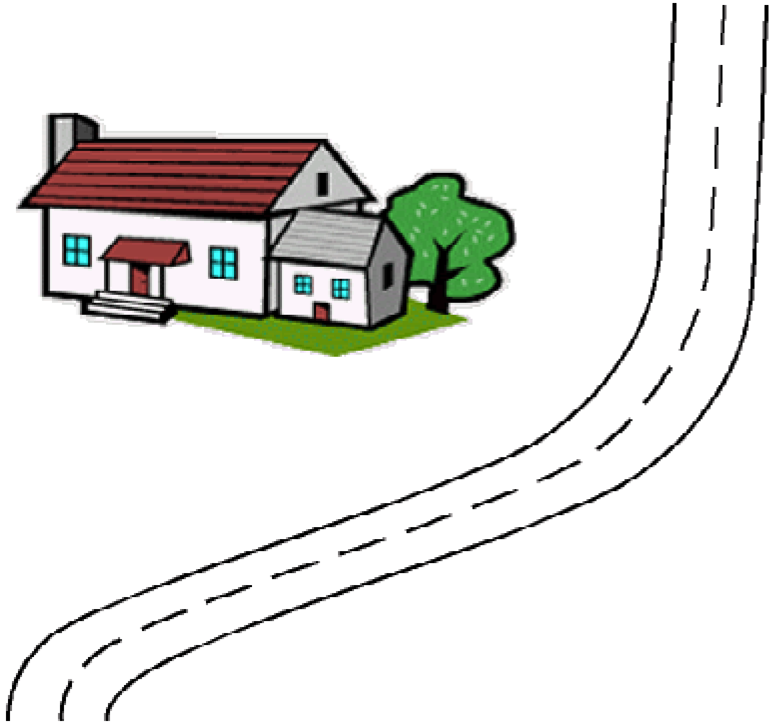
# Lernmodul 2 Modelle des Raumes




Bildnachweis: www. tagesschau.de



# Modelle des Raumes Übersicht

- Motivation
- Was ist Raum?
- Formalismus und Invarianz
    - Metrischer Raum/Euklidischer Raum
    - Topologischer Raum
- Konzepte der Modellierung
    - Feld/Raster
    - Objekt/Vektor

# Modelle des Raumes Motivation

Wir erinnern uns...

Ein Geoinformationssystem (GIS) ist ein DV-gestütztes Informationssystem zur

- **Erfassung**
- **Verwaltung**
- **Analyse**
- **Verknüpfung**
- **Visualisierung**

von Geoinformationen.

**Die zugrundeliegenden Geodaten beschreiben die Geometrie, Topologie, Thematik und Dynamik der Geoobjekte - des Raumes**

# Modelle des Raumes **Was ist Raum?**

- Der Einzelne sieht seine Umwelt
  - Wahrnehmung physischer Eigenschaften über die Sinne (Größe, Farbe usw.)
  - Bildung subjektiver Raum-Vorstellungen

- GIS benötigt Daten, die den Raum so repräsentieren, dass Anforderungen/ Anfragen des Nutzers möglichst gut erfüllt bzw. beantwortet werden

# Modelle des Raumes **Formalismus und Invarianz**

- Vorstellung des Raumes muss möglichst objektiv sein
- Basis einer objektiven Beschreibung des Raumes ist die **Invarianz**
    - Welche Eigenschaften des Raumes bleiben bei einer Transformation erhalten?
    - Ermöglicht erst die Messung von Eigenschaften
- Ein Formalismus des Raumes muß solche Invarianten bieten, wir betrachten:
    - Konzept zur Messung von Längen und Winkeln: **Euklidischer Raum** (bekannt aus der Mathematik?!) als **metrischer Raum**
    - Konzept zur Beschreibung von Struktur und Beziehungen von Objekten ohne Beachtung geometrischer Eigenschaften: **Topologischer Raum**

# Metrische Räume Definition

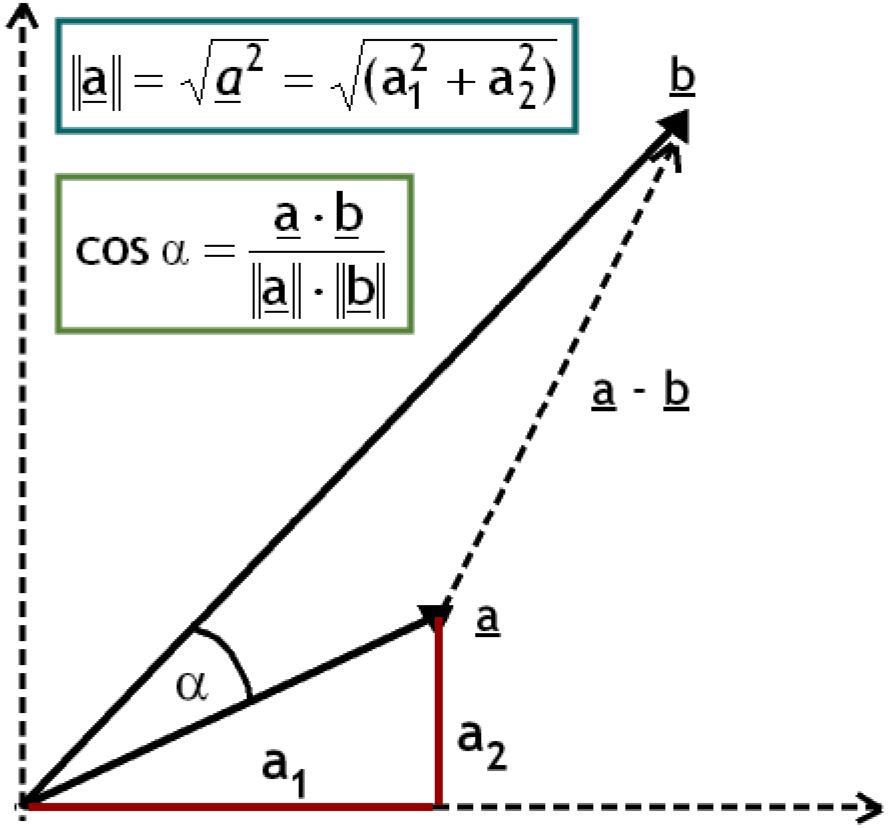
Auf einer Menge X sei jedem Paar von Elementen $x, y \in X$ eine reelle Zahl $s(x, y)$ zugeordnet, so daß für beliebige Elemente $x, y, z \in X$ die folgenden Eigenschaften, die Axiome des metrischen Raumes, erfüllt sind:

(1) $s(x, y) \geq 0$ und $s(x, y) = 0$ genau dann, wenn $x = y$ (Nichtnegativität)
(2) $s(x, y) = s(y, x)$ (Symmetrie)
(3) $s(x, y) \leq s(x, z) + s(z, y)$ (Dreiecksungleichung).

Eine Funktion s: $X \times X \rightarrow \Re^1_+$, die (1) bis (3) erfüllt, heißt Metrik, Distanz oder Abstand auf der Menge X.
Das Paar X = (X, $s$) heisst metrischer Raum.

# Euklidische Räume **Allgemeines**

- Ein Vektorraum mit Skalarprodukt ($\underline{a} \bullet \underline{b}$)heißt **Euklidischer Raum**
- Zur Messung von Längen und Winkeln erforderlich
- Ein Euklidischer Raum ist metrisch
- Anschaulich: Beschreibung der Lage von Punkten in der **Ebene** durch kartesische Koordinaten, Darstellung als Tupel reeller Zahlen $\underline{a} = (a_1, a_2)$ (Vektoren); es sind definiert:
  - Länge: **Euklidsche Norm bzw. Betrag** (Satz von Pythagoras!)
  - **Winkel**



# Euklidische Räume Operationen und Invarianten

| Invarianten | Abbildung | Operationen |
|---|---|---|
| Geradentreue | Projektivität | ...+Parallelenkonvergenz |
| Parallelentreue | Affinität | ... + Scherung |
| Winkeltreue | Ähnlichkeit | ...+ Maßstab |
| Abstandstreue | Bewegung | Translation + Rotation |

Bewegung → Translation: Koordinatendifferenzen

Bewegung → Rotation: Richtungsdifferenzen

# Topologische Räume **Allgemeines**

- In der Praxis sinnvolle Transformationen, die
  - alle **„geometrischen“** Invarianten verletzen können
  - trotzdem **„strukturelle“ räumliche** Eigenschaften erhalten
- Paradigma: **elastische Verformung**
  - Metapher: **Gummihauttransformation**
  - anderes Beispiel: **Tätowierung**
- Darstellung erfolgt oft im Euklidischen Raum - es werden aber **topologische Eigenschaften** betrachtet
- (kartographisches) **>>Beispiel**:
  - Übersichtskarte Hamburg (aus einem Tourenplaner)
  - Liniennetzplan des Hamburger Verkehrsverbundes

# Topologische Räume Beispiel

## Ausgangspunkt: Übersichtskarte


## Elastische Verformung

# Topologische Räume **Beispiele für Invarianten**

Ein Knoten ist **Endpunkt** einer Kante

Zwei Kanten **kreuzen** sich / sind **kreuzungsfrei**

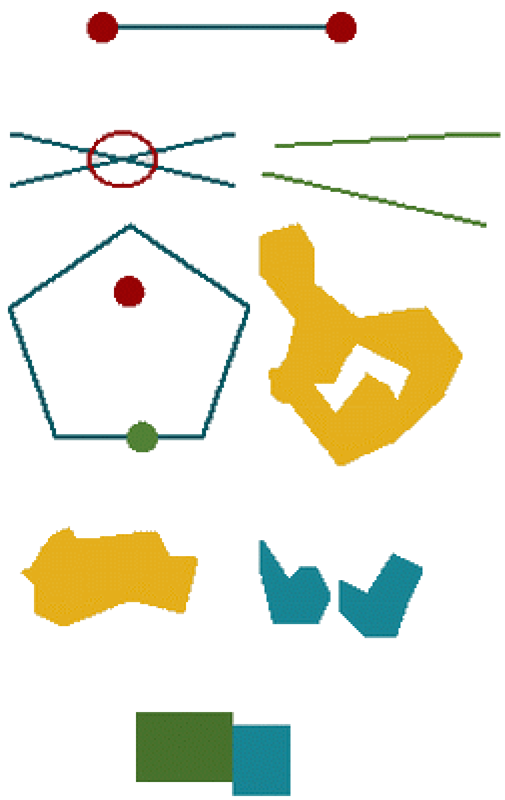
Ein Punkt liegt im **Inneren** einer Fläche

Ein Punkt liegt auf dem **Rand** einer Fläche

Eine **Fläche** hat ein Loch

Eine Fläche **ist** / **ist nicht** zusammenhängend

Zwei Flächen sind benachbart



# Topologische Räume Nicht-topologisch

Nicht-topologische Eigenschaften sind:

- Abstand
- Fläche
- Winkel
- Umfang
- Durchmesser

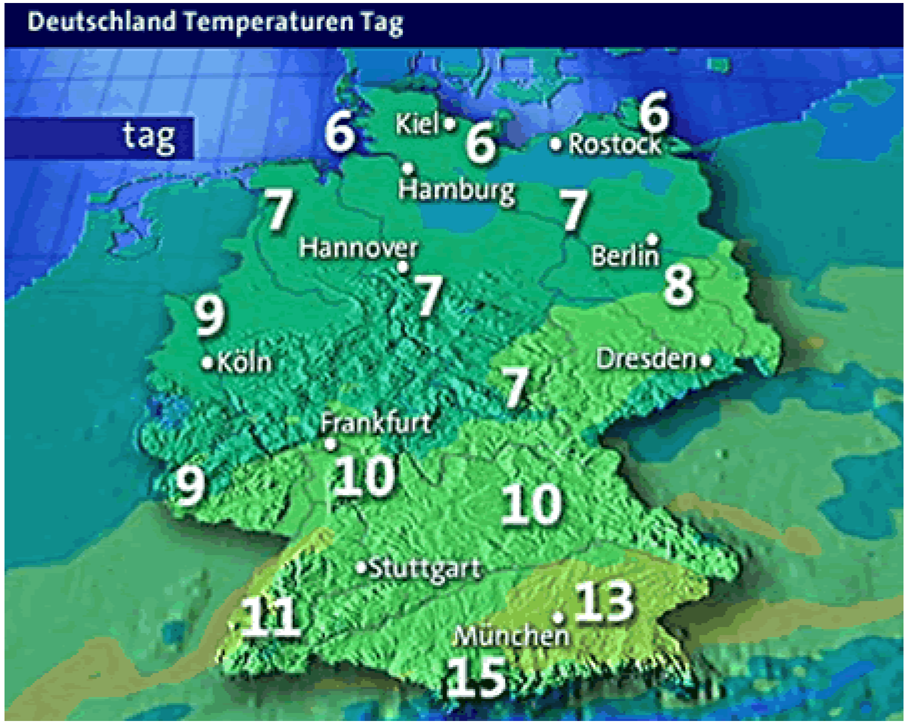
**Mehr zur Topologie folgt später!**

# Modellierungskonzepte **Objekt und Feld**

- Definition der Invarianz ermöglicht Messungen, **aber**:
- Nach welchem Schema organisieren/modellieren wir die Ergebnisse unserer Messungen?
  - Modellierung als Feld
  - Modellierung als Objekt

Beachten Sie: Wir gehen im Folgenden von einer Einbettung in einen Euklidischen Raum, die Ebene, aus.

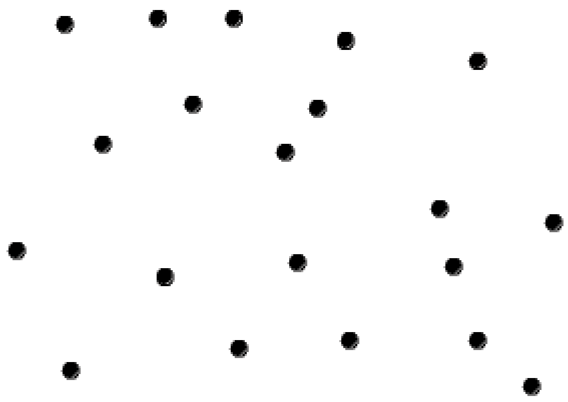
# Modellierungskonzepte **Felder**

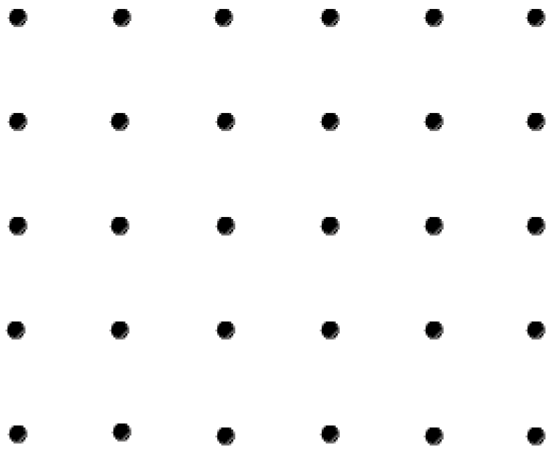


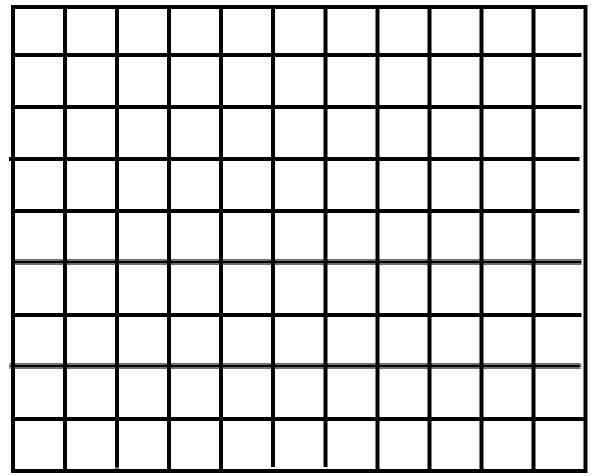

Quelle: www.tagesschau.de

- Attribute sind durch eine Funktion, die an jedem Ort der Erdoberfläche einen Wert annimmt, festgelegt
- Beispiele: Temperaturverteilung, Höhenmodell
- Es ist die Festlegung eines **>>"Grundgerüsts"** (Framework) erforderlich
- Ein Gerüst besteht aus regelmäßig oder unregelmäßig/zufällig verteilten diskreten Elementen in der Ebene
- Für jedes dieser Elemente liegt ein Attributwert vor

# Modellierungskonzepte Raster - Beispiele







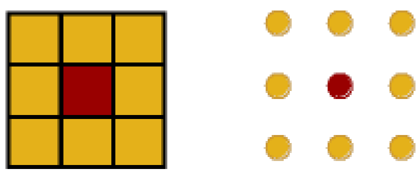
**Unregelmäßiges Raster**
Messungen sind unregelmäßig, nicht zwingend zufällig, im Raum verteilt

**Punkt-Raster**
Beobachtungspunkte sind regelmäßig angeordnet

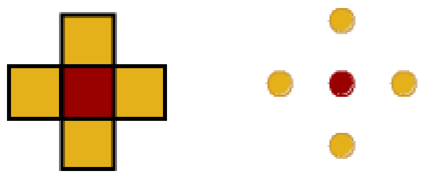
**Zellen-Raster**
Messungen werden einer Fläche zugeordnet (quadratische Zellen: **Grid**)

# Modellierungskonzepte Raster - Allgemein

- Jedes Element wird mit seiner Position und seinem Attributwert gespeichert
- Für Attributwerte zwischen den Elementen wird interpoliert
- Die Punktdichte bzw. Zellengröße des Frameworks bestimmt den Detaillierungsgrad des beschriebenen Attributes
- Elemente eines Frameworks stehen isoliert nebeneinander
- **Regelmäßiges Raster:** Topologische Beziehungen werden durch die Betrachtung der Nachbarschaft von Punkten oder Zellen realisiert:

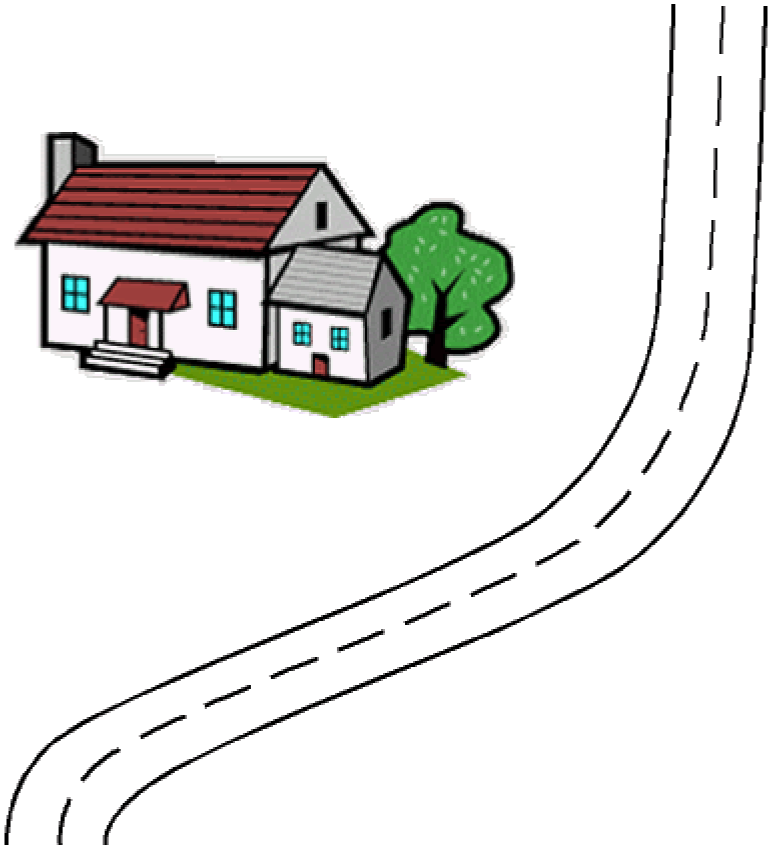


8-er-Nachbarschaft



4-er-Nachbarschaft

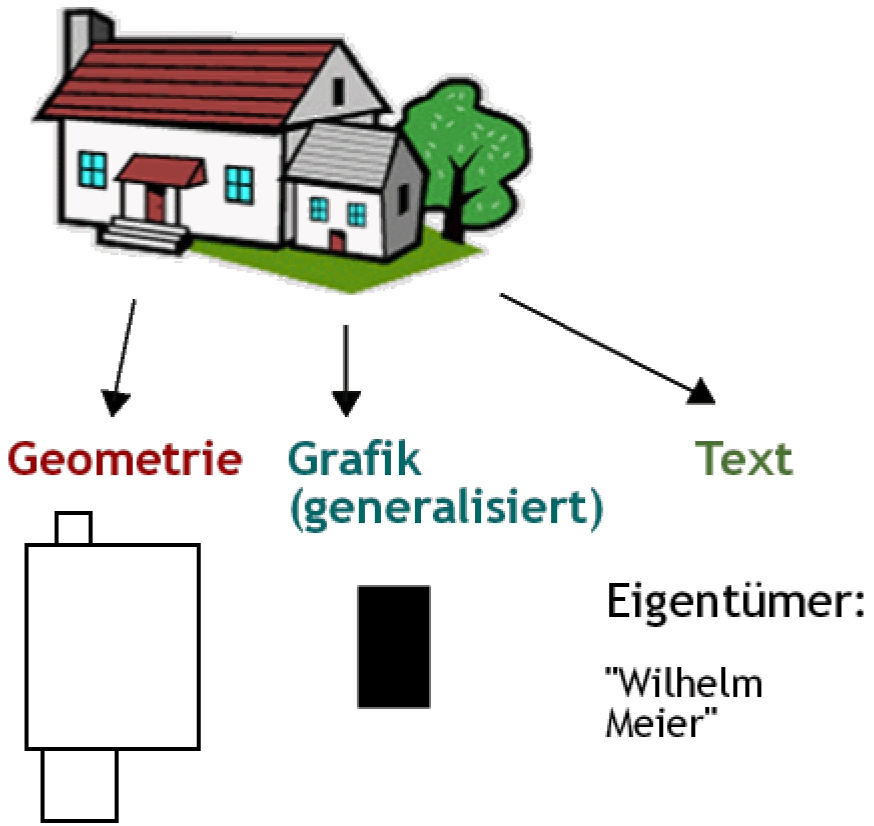
# Modellierungskonzepte Objekte



Umsetzung der objektorientierten Modellierung für räumliche Daten (vgl. Vorlesung "Datenmodellierung")

- Identifikation unterscheidbarer Objekte im Raum
- Jedes Objekt muss relevant und beschreibbar sein
- räumliche und nicht-räumliche Attribute (Methoden) werden den Objekten zugeordnet
- Modellierung räumlicher Beziehungen
- Beispiele: Liegenschaftskataster, Straßennetz

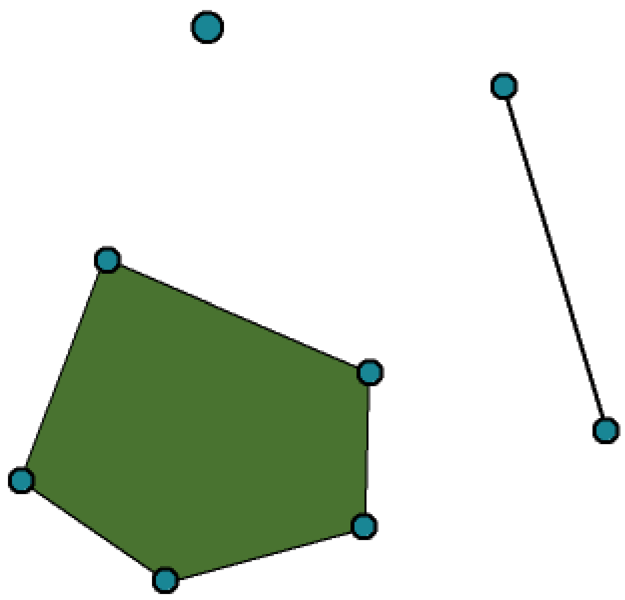
# Modellierungskonzepte Attribute räuml. Objekte




- Räumliche Objekte: "Haus", "Straße" usw.
- räumliche Attribute
  - Beschreibung der **Geometrie**
  - **Grafische Darstellung** eines Objekts (in Karten), ggf. generalisiert
- nicht-räumliche Attribute
  - **Numerische, textuelle** Eigenschaften

# Modellierungskonzepte **Geometrie räuml. Objekte**

- Repräsentation räumlicher Objekte durch eine **Vektor-Struktur:**
  - **Punktobjekte** in Form von Punkten oder Knoten und deren Koordinaten
  - **Linienhafte/Kanten-Objekte** in Form von Verbindungen zwischen zwei Punkten bzw. als Koordinatenfolgen
  - **Flächenhafte/Polygon-Objekte** in Form von geschlossenen Linienzügen bzw. geschlossenen Koordinatenfolgen



# Modellierungskonzepte Zusammenfassung

## Felder

- Raum ist der Ausgangspunkt, jeder Ort besitzt eine bestimmte Eigenschaft
- Beispiele: Wetterkarte, Höhenmodell

## Objekte

- Objekt ist der Ausgangspunkt, jedes Objekt besitzt räumliche und nicht-räumliche Attribute
- Explizite Modellierung räumlicher, insbesondere topologischer, Beziehungen
- Beispiele: Liegenschaftkataster, Straßennetz

# Modelle des Raumes Literatur

**Worboys, Michael F.**: GIS: A Computing Perspective. Taylor & Francis Inc., London 1995