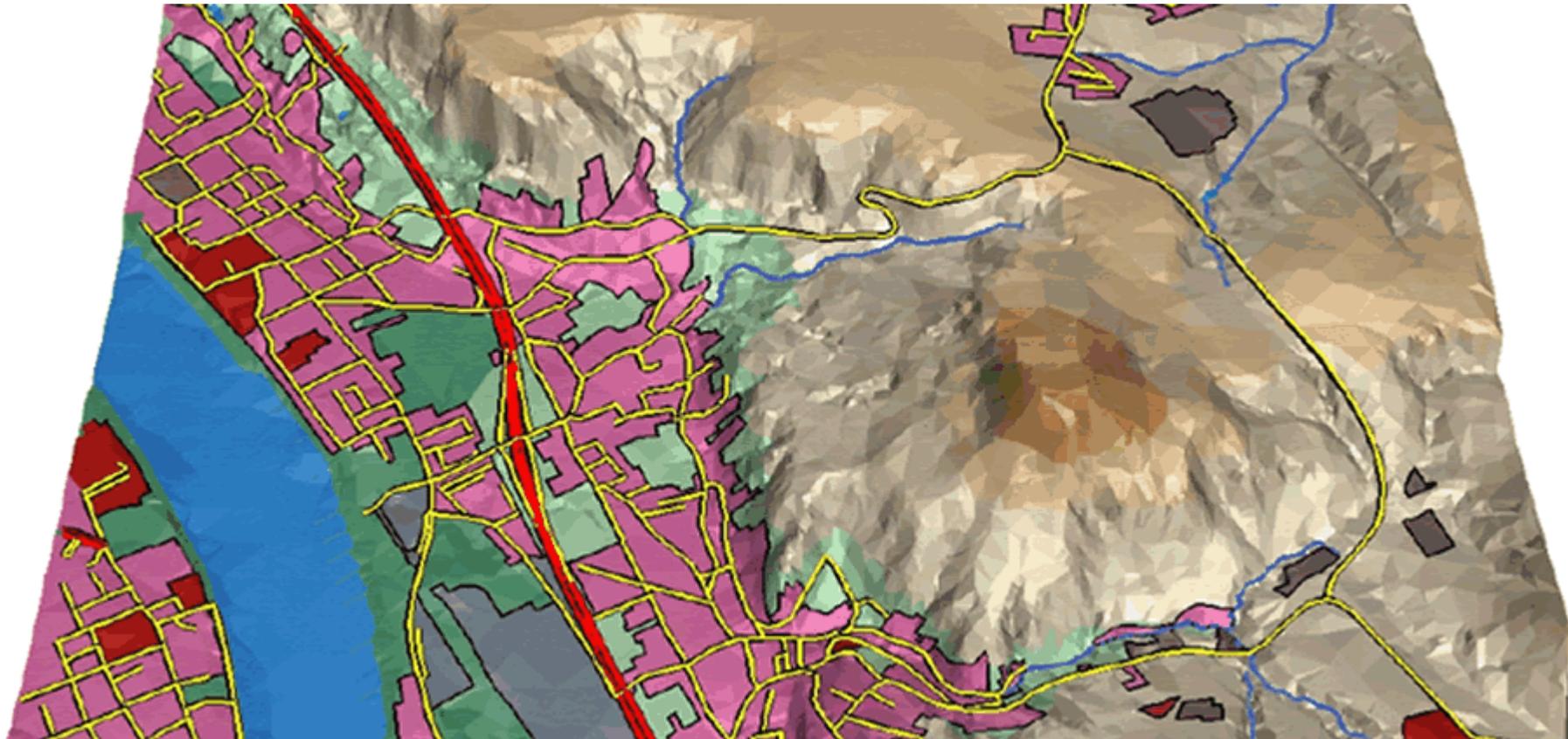


Lernmodul 2 Dreiecksnetze



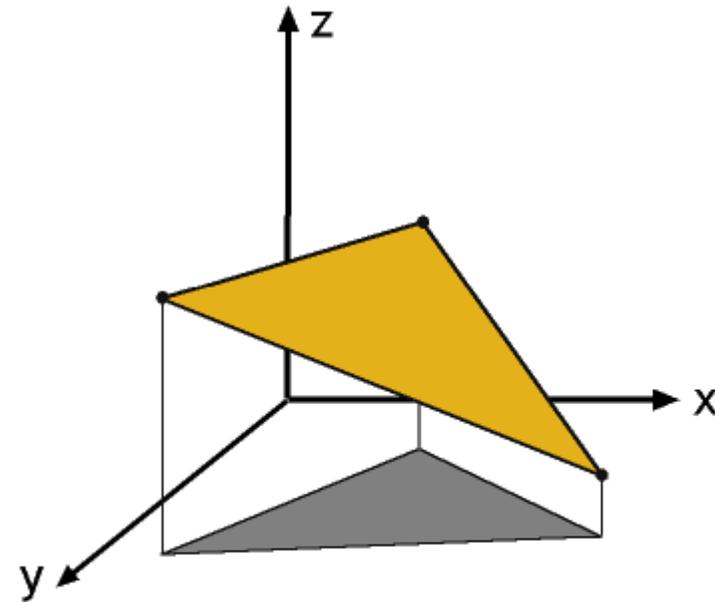
Dreiecksnetze **Übersicht**

- Dreiecksnetze - „Triangulated Irregular Networks“ - TINs
- Modellierung des Geländereiefs durch TINs
- Delaunay - TINs: „besonders gute“ TINs
- Bruchkanten im Gelände: Constrained Delaunay TINs
- Dreiecksnetze und Gewässernetze

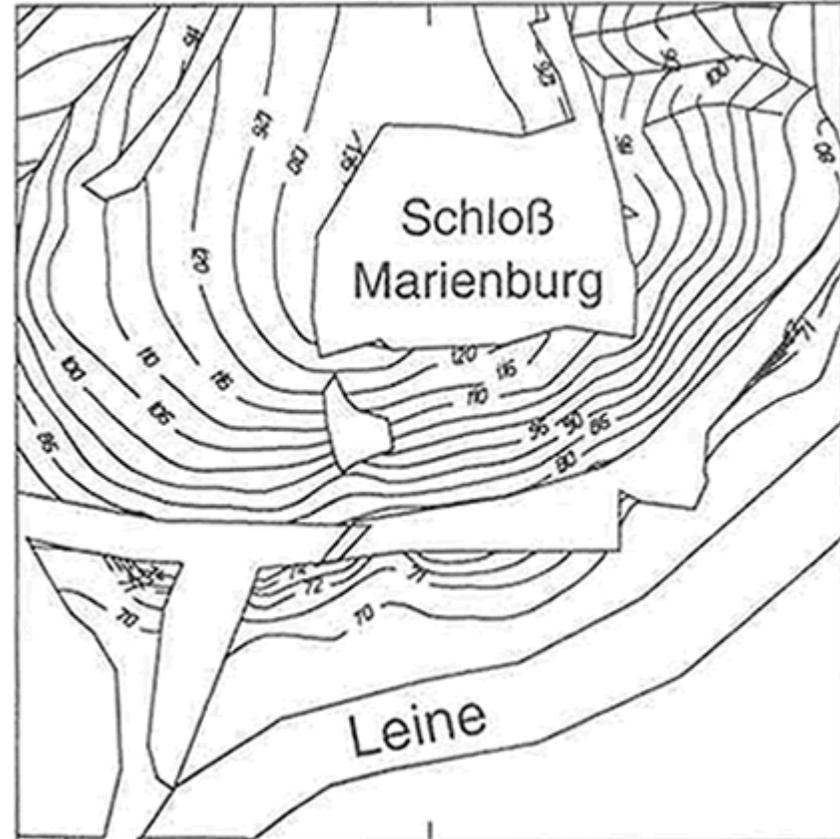
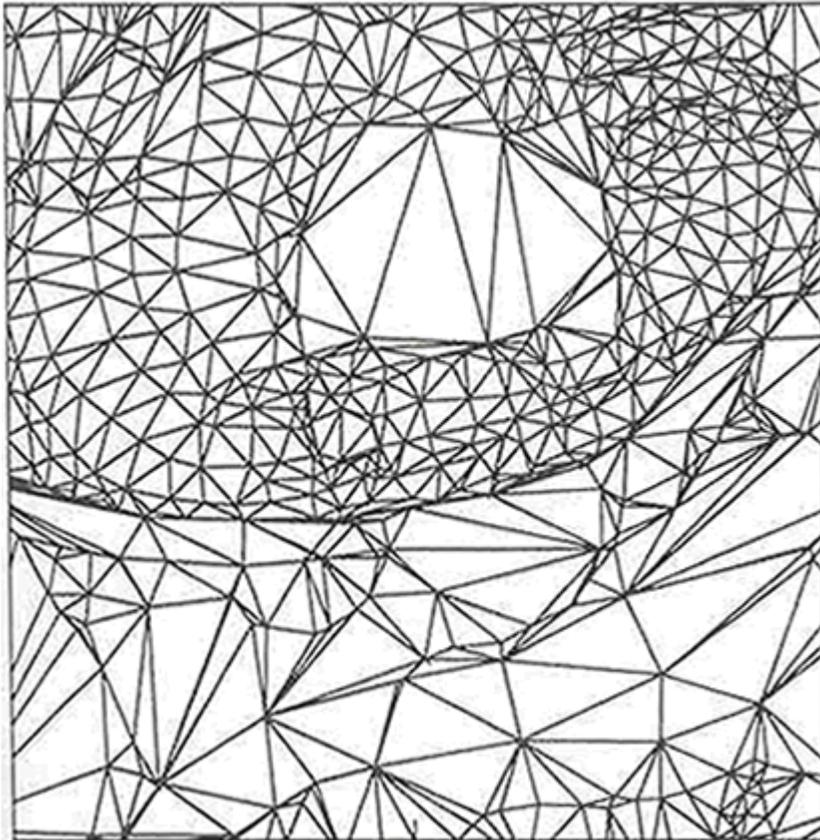


Dreiecksnetze Dreiecksnetze und Geländemodelle

- **Gegeben:** n unregelmäßig verteilte Punkte mit Lagekoordinaten und Höhe
- **Gesucht:** ein Datenmodell für das Gelände-reliefs
- **Beobachtung:** je 3 Punkte definieren eine Ebene
- **Lösung:** Konstruktion eines Dreiecksnetzes



Dreiecksnetze Dreiecksnetze und Höhenlinien

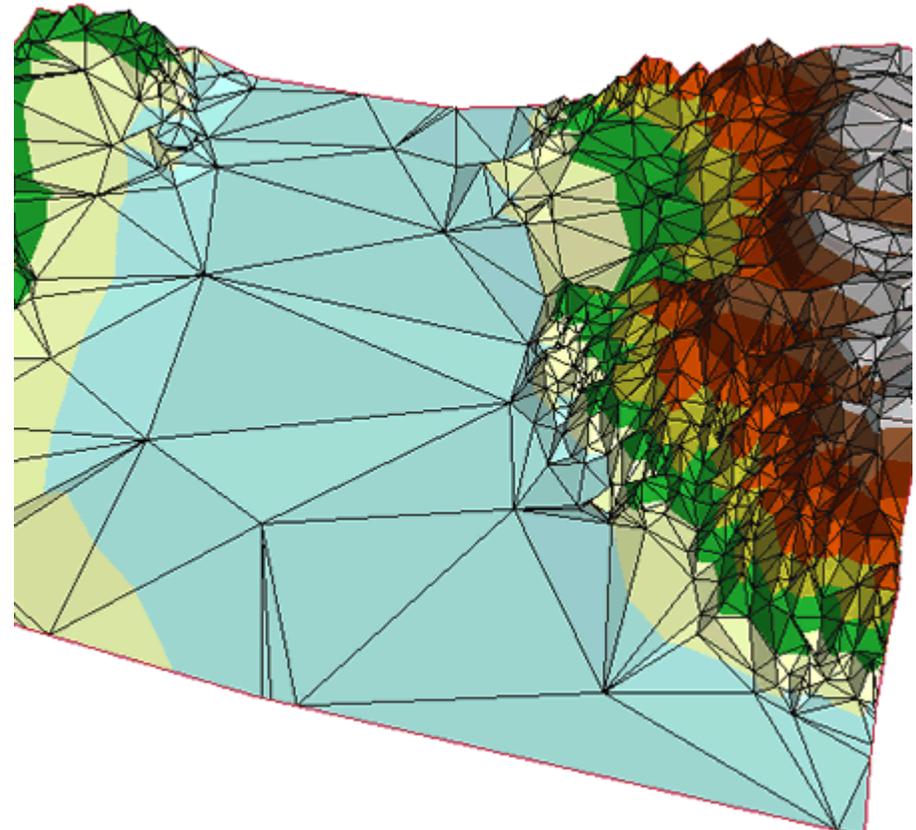


Quelle: Lenk 2001

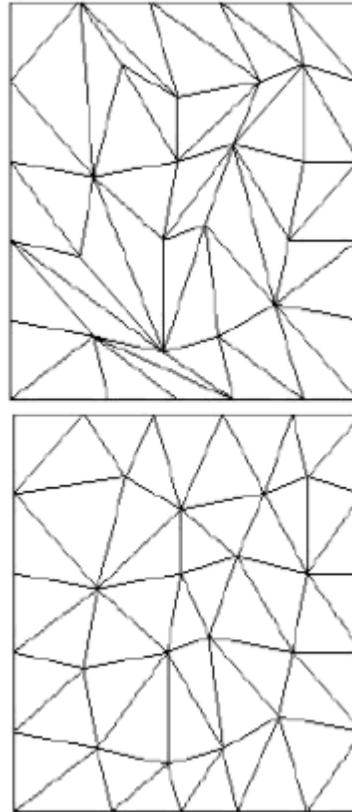
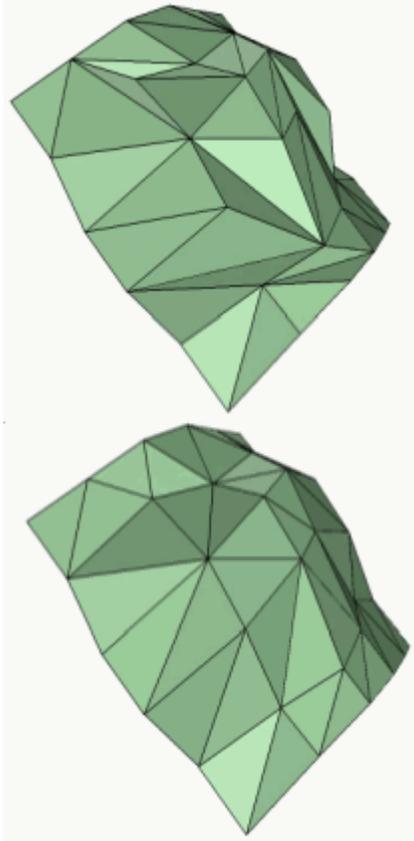


Dreiecksnetze **Einordnung von TINs**

- **Dreiecksnetze sind:**
 - eine spezielle Tesselation der Ebene mit der Höhe als zusätzlichem Attribut
 - spezielle simpliziale Komplexe
 - spezielle Landkarten (alle inneren Maschen sind Dreiecke)
 - diskrete, endliche approximative Repräsentanten von Feldern (s. Kapitel 4)
- **TINs als Geländemodelle:**
 - Es gilt: $z = f(x,y)$
 - TINs sind "2,5D"



Dreiecksnetze **Schlechte und gute Dreiecksnetze**



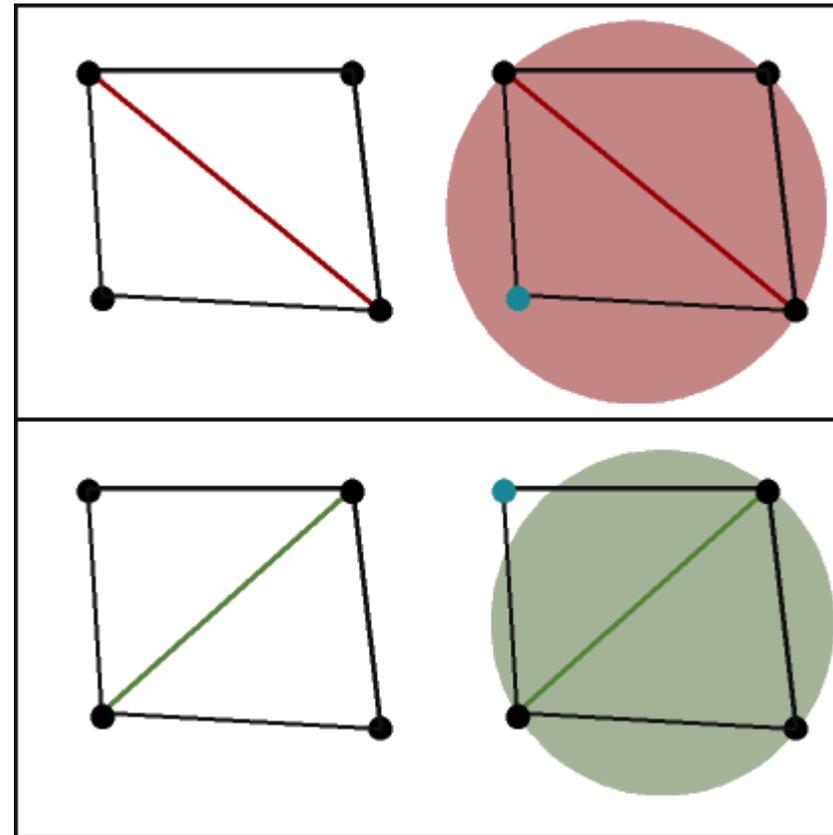
gewöhnliche Triangulation
mit schleifenden
Dreiecken

Delaunay-Triangulation
mit minimalen Winkeln

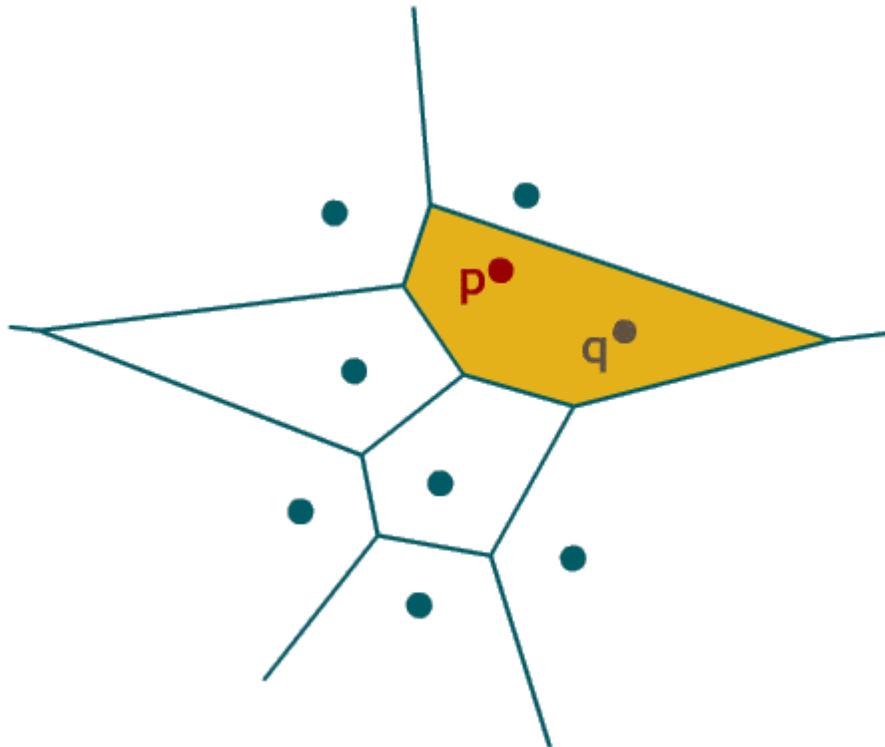


Dreiecksnetze **Delaunay-Triangulation**

- für eine Menge von n Punkten ist ein Delaunay-TIN das TIN, bei dem der kleinste vorkommende Winkel maximal ist
- Delaunay-TINS erfüllen das **Kreiskriterium**:
 - Kein **vierter Knoten** liegt im Umkreis eines Dreiecks
 - **Übung**: machen sie daraus einen Algorithmus zur Umwandlung eines TINs in ein Delaunay-Tin



Dreiecksnetze Exkurs: Voronoi-Diagramme



Gegeben ist eine Menge M von n Punkten in der Ebene.

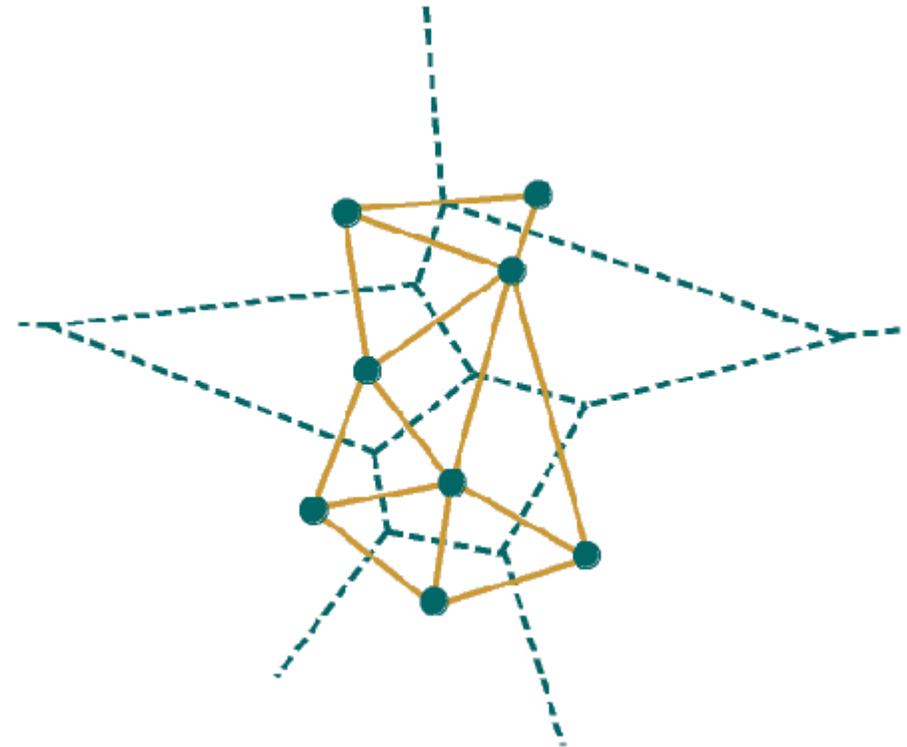
Das **Voronoi-Diagramm** der Punktmenge zerlegt die Ebene in n disjunkte Gebiete (**Voronoi-Regionen**).

Die Voronoi-Region eines Punktes p enthält genau einen der Punkte aus M sowie alle Punkte q , die näher an p als an jedem anderen Punkt p' liegen ("Gebiete gleicher nächster Nachbarn").



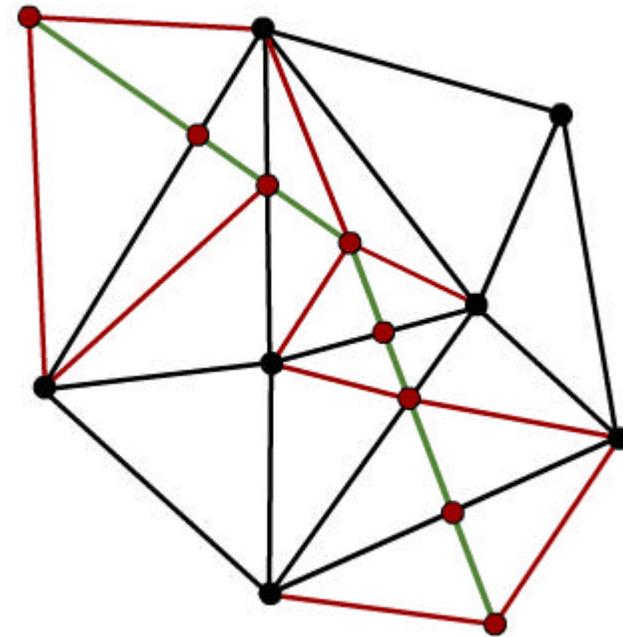
Dreiecksnetze **Voronoi & Delaunay**

- Das **Voronoi-Diagramm** liefert direkt die **Delaunay-Triangulation**
- verbinde die Knoten benachbarter Maschen durch gelbe Kanten
- die gelben Kanten bilden das gesuchte **Delaunay-TIN**
- beachte: die gelben Delaunay-Kanten stehen senkrecht auf den gestrichelten Voronoi-Kanten
- Die **Delaunay-Triangulation** ist der "duale Graph" des **Voronoi-Diagramms**



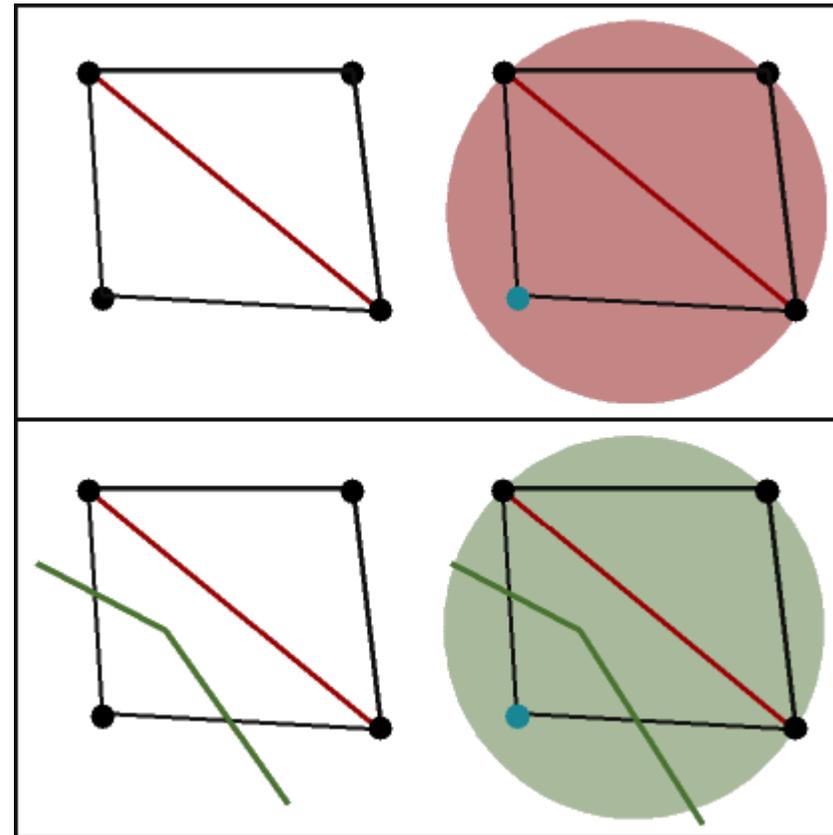
Dreiecksnetze **TINs mit Bruchkanten**

- **Problem:** Die **Kanten topographischer Objekte** sollten bei der Triangulation berücksichtigt werden
- **Ziel:** **Bruchkanten** sind Aggregationen von Dreieckskanten
- Das Einfügen von **Bruchkanten** führt zu einer feineren Dreiecksstruktur
- Diese erfüllt im allgemeinen nicht die Delaunay-Anforderungen

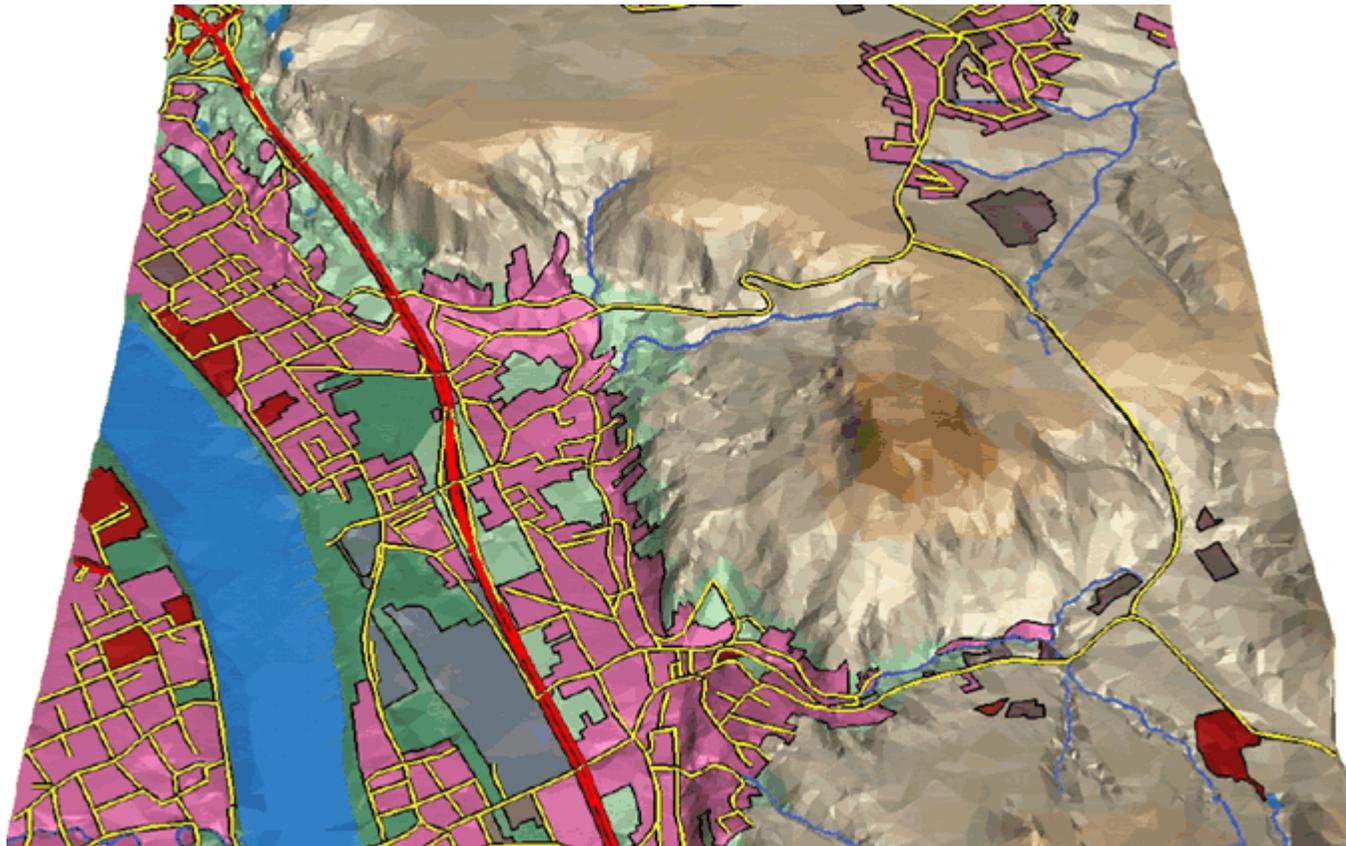


Dreiecksnetze **Bedingte Delaunay-Triangulation**

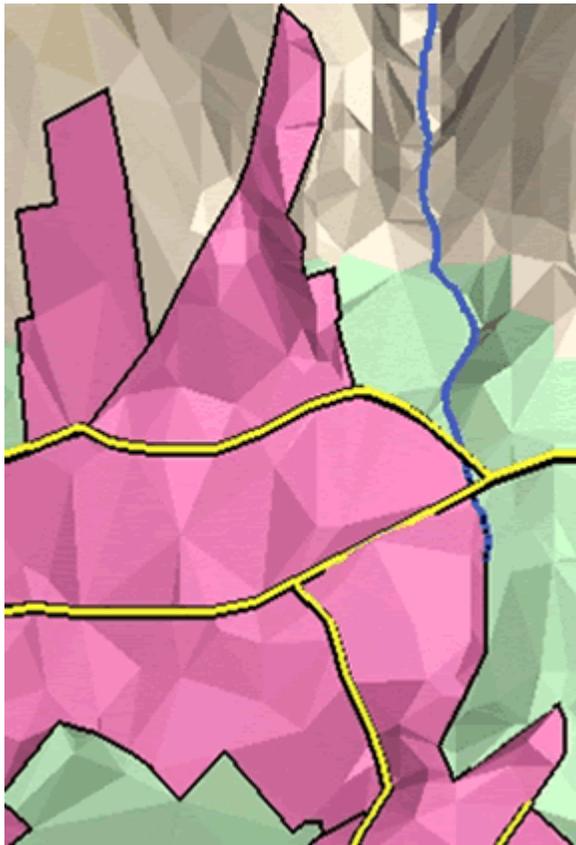
- „**Sichtbarkeit**“ von Punkten:
 - P ist von Q aus sichtbar, wenn die gerade Verbindung PQ keine Bruchkante schneidet.
- Das bedingte **Kreiskriterium**:
 - Kein sichtbarer **vierter Knoten** liegt im Umkreis eines Dreiecks
- Bedingte Delaunay-Triangulationen erfüllen das bedingte **Kreiskriterium**
- Dieses Kriterium liefert einen Algorithmus zur Einfügung von Bruchkanten in eine (bedingte) Delaunay-Triangulation (Übung).



Dreiecksnetze **Beispiel Siebengebirge**



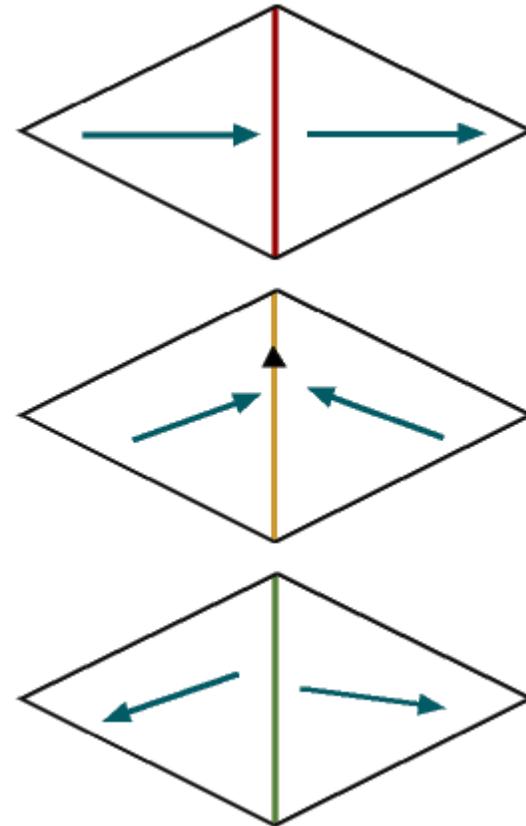
Dreiecksnetze **Beispiel Siebengebirge**



Dreiecksnetze **Anwendungsbeispiel**

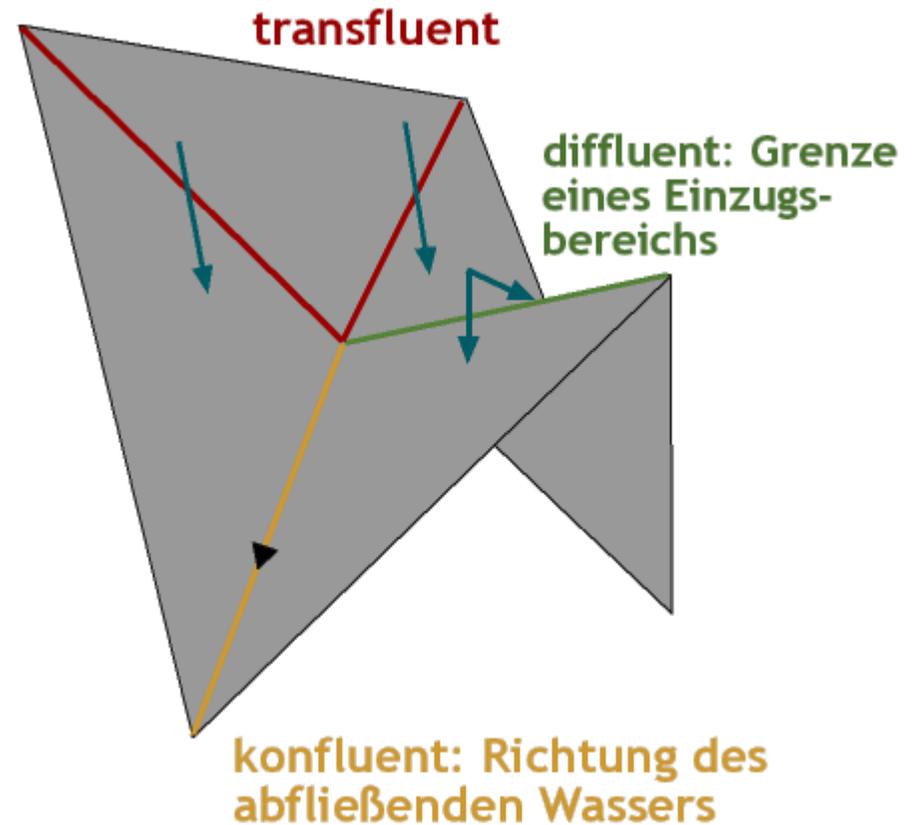
Analyse von Höhenunterschieden
(**Wasserfluss**) führt zu 3 Kantentypen:

- **Transfluente Kante**: Wasser fließt aus benachbartem Dreieck über die Kante hinweg
- **Konfluente Kante (Senke)**: Wasser aus mindestens einem Dreieck fließt über die Kante ab
- **Diffluente Kante (Wasserscheide)**: weder diffluent noch konfluent



Dreiecksnetze Einfaches Abflußmodell

- Vereinfachende Annahme:
Erdoberfläche ist wasserundurchlässig
- **Konfluente Kanten** bilden das
Gewässernetz
- **Diffluente Kanten** bilden
Wasserscheiden



Dreiecksnetze **Literatur**

Lenk, Ulrich: 2.5D-GIS und Geobasisdaten-Integration von Höheninformationen und Digitalen Situationsmodellen. Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, 2001

Worboys, Michael F.: GIS: A Computing Perspective. Taylor & Francis Inc., London 1995

