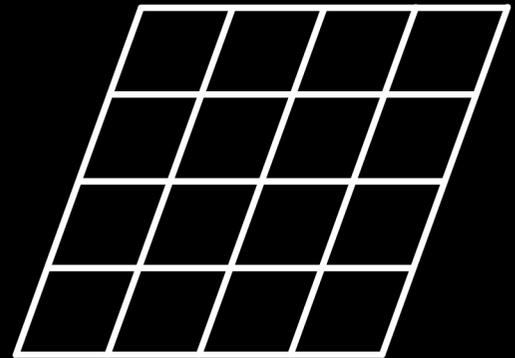
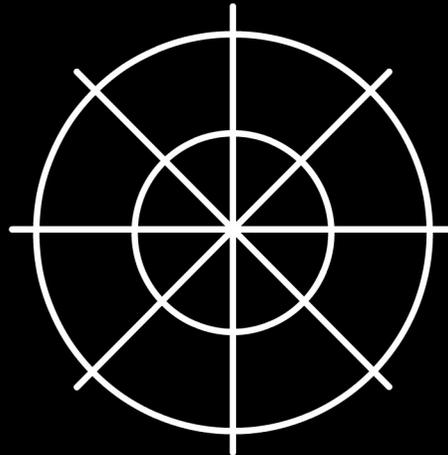
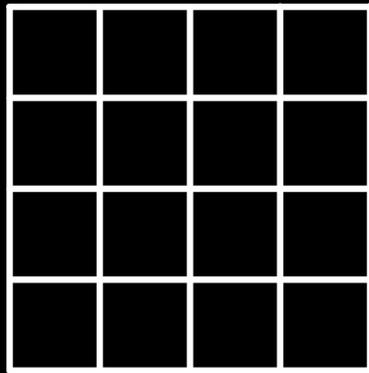
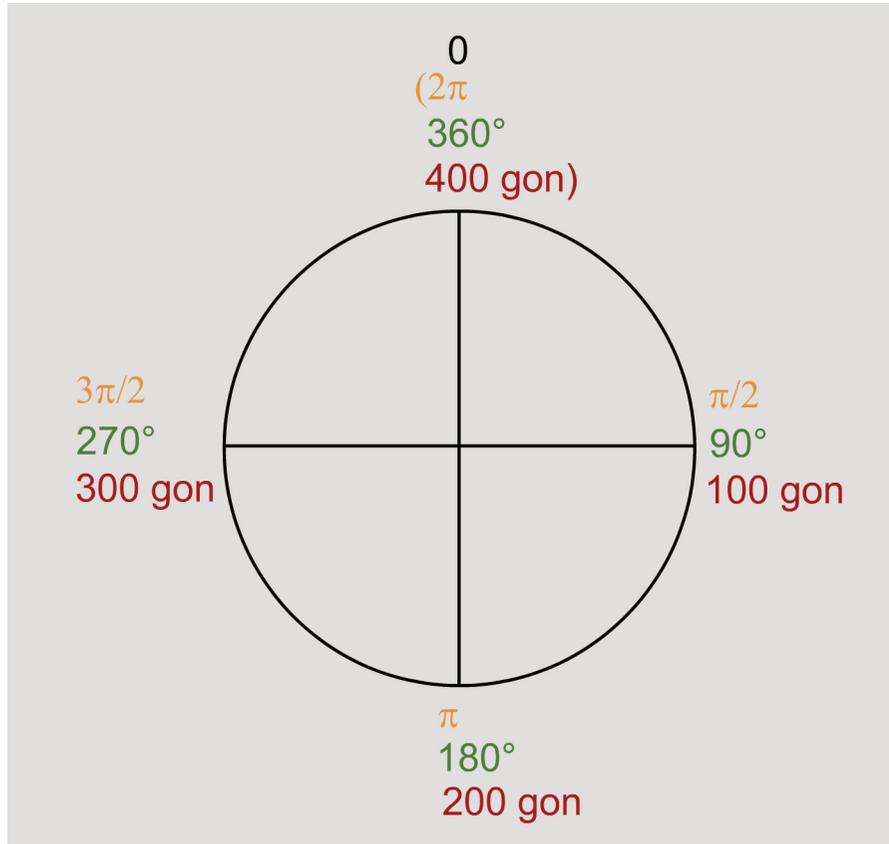


Koordinatensysteme



Koordinatensysteme Winkel

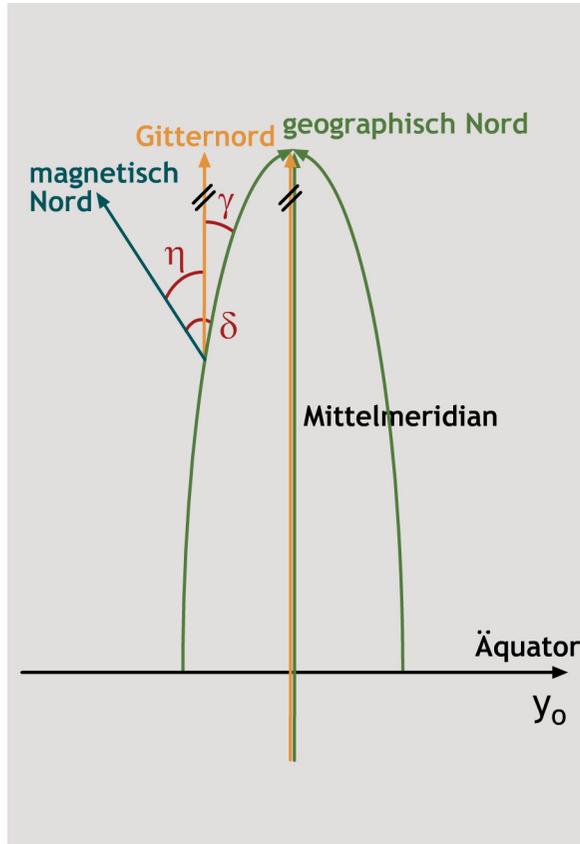


Winkeleinheiten

In Deutschland wird im Vermessungswesen die Winkelteilung **Gon** verwendet. Die meisten Taschenrechner können mit dieser Einheit rechnen. Eine weitere Besonderheit ist, dass der Winkel rechtsdrehend ist.



Koordinatensysteme Nordrichtungen



Gitternord (GiN)

Richtung der Linien $y = \text{const.}$ im GK-System.

Geographisch Nord

Nordpol; Richtung, in die alle Meridiane zeigen.

Magnetisch Nord

Richtung einer frei schwebenden Kompaßnadel.

Meridiankonvergenz γ

Winkel zwischen GiN und geogr. Nord.

$$\gamma \approx (L - L_0) \cdot \sin B$$

Deklination δ

Winkel zwischen magn. Nord und geogr. Nord.

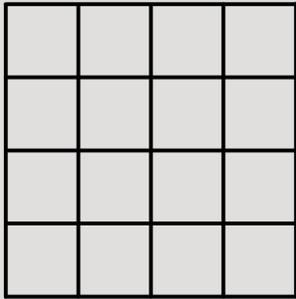
Nadelabweichung η

Winkel zwischen magn. Nord und GiN.

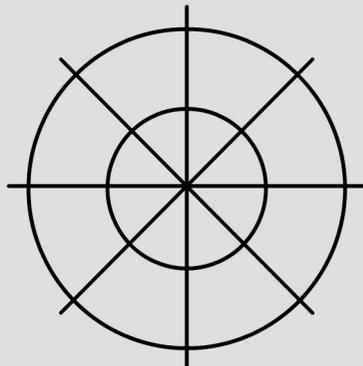
$$\eta = \delta - \gamma$$



Koordinatensysteme Ebene Koordinaten

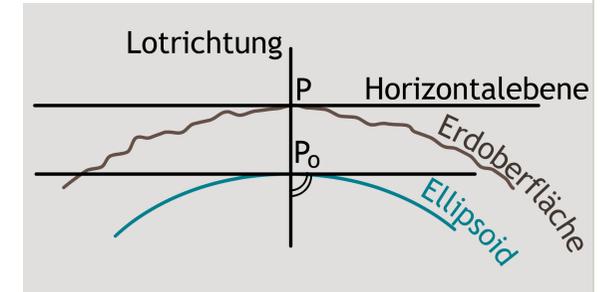


Kartesische Koordinaten



Polarkoordinaten

In Gebieten kleiner 10 km x 10 km wirkt sich die Erdkrümmung nur minimal auf die Lage eines Punktes aus, d.h. man kann eine Ebene als Bezugsfläche nehmen. Die am häufigsten in der Ebene vorkommenden Koordinaten sind **Kartesische Koordinaten** und **Polarkoordinaten**.



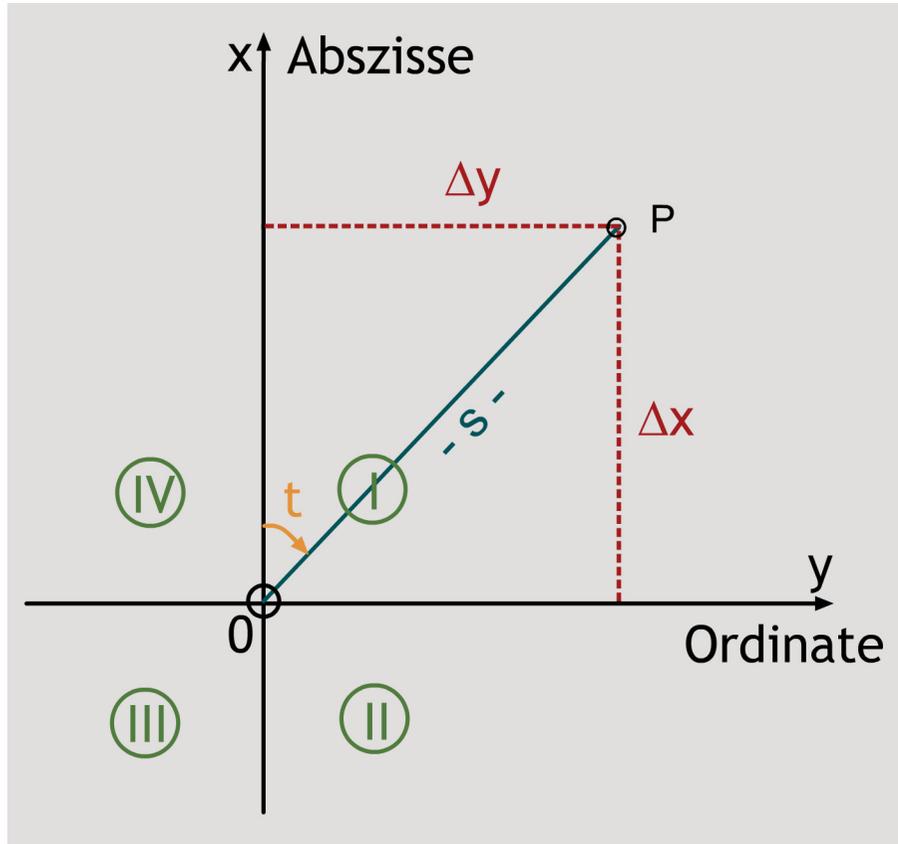
Bezugsfläche:

Ebene durch den Oberflächenpunkt P parallel zur Tangentialebene in dem Lotfußpunkt P_0 .

=> **Horizontalebene**



Koordinatensysteme **Kartesische (rechtwinklige) Koo.**

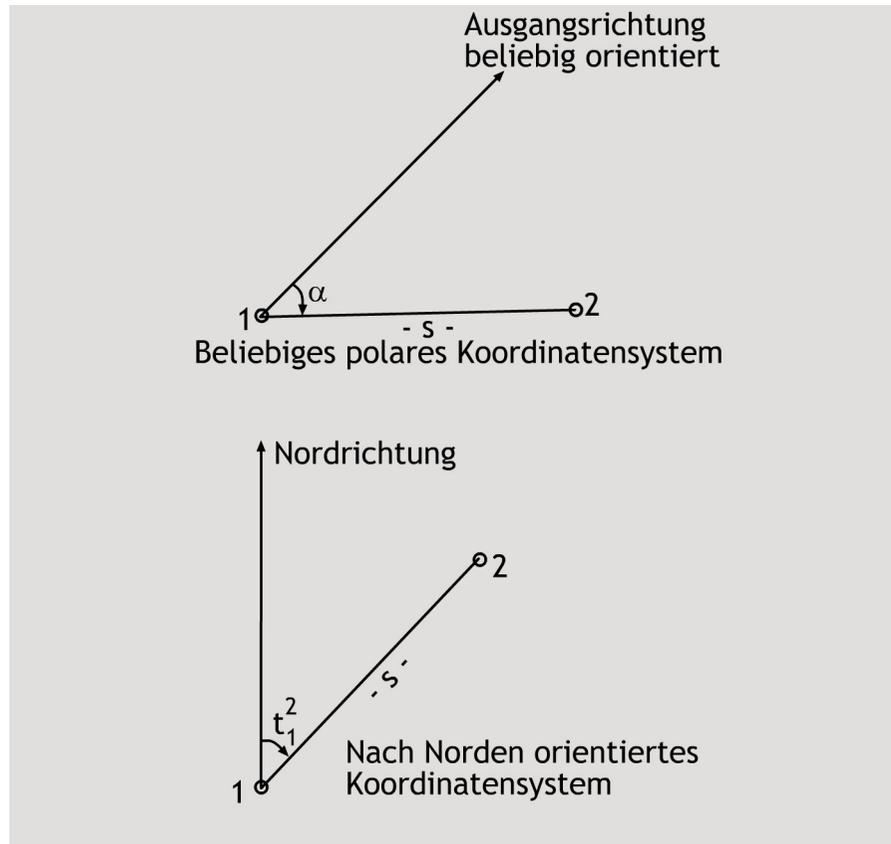


Definition:

- Ursprung wird nach örtlichen Gegebenheiten gewählt
- x-Achse: Richtung frei wählbar (z.B. Hauptachse eines Bauwerks, ...)
- y-Achse: senkrecht zur x-Achse
- Drehwinkel werden von x-Achse im Uhrzeigersinn positiv gezählt (Rechtssystem)
- Unterteilung der Koord.-Ebene in die Quadranten I-IV



Koordinatensysteme **Polarkoordinaten**



Punkte können neben der Festlegung durch rechtwinkliger Koordianten auch durch den Orientierungswinkel α und die Strecke s festgelegt werden. Der Winkel wird hier üblicherweise von der Ausgangsrichtung im Uhrzeigersinn positiv gezählt.

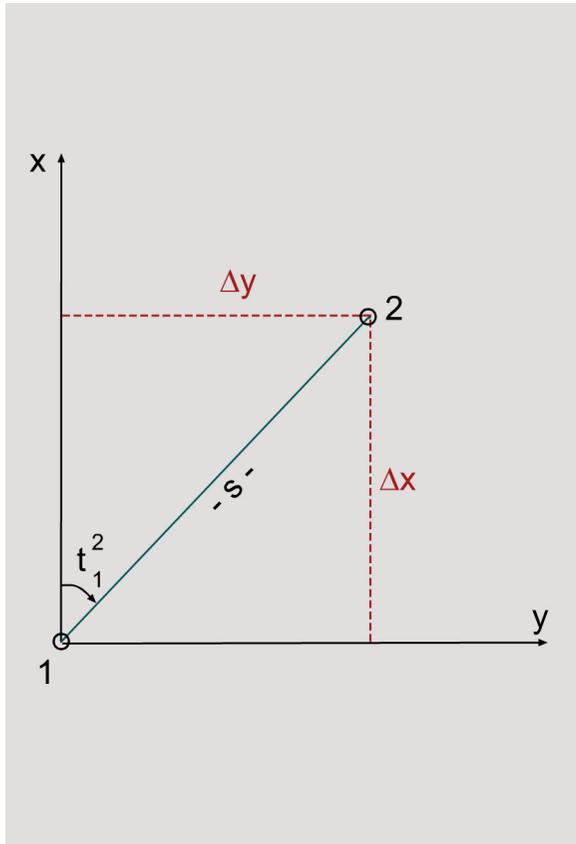
Ist die Nordrichtung die Ausgangsrichtung, so spricht man vom **Richtungswinkel t** .

Richtungswinkel von Punkt 1 nach Punkt 2 (Skizze):

$$t_1^2 = t_2^1 \pm 200 \text{ gon}$$



Koordinatensysteme **Kartesische Koo. <-> Polarkoo.**



Kartesische Koo. aus
Polarkoordinaten

$$\Delta x = s \cdot \cos t_1^2$$

$$\Delta y = s \cdot \sin t_1^2$$

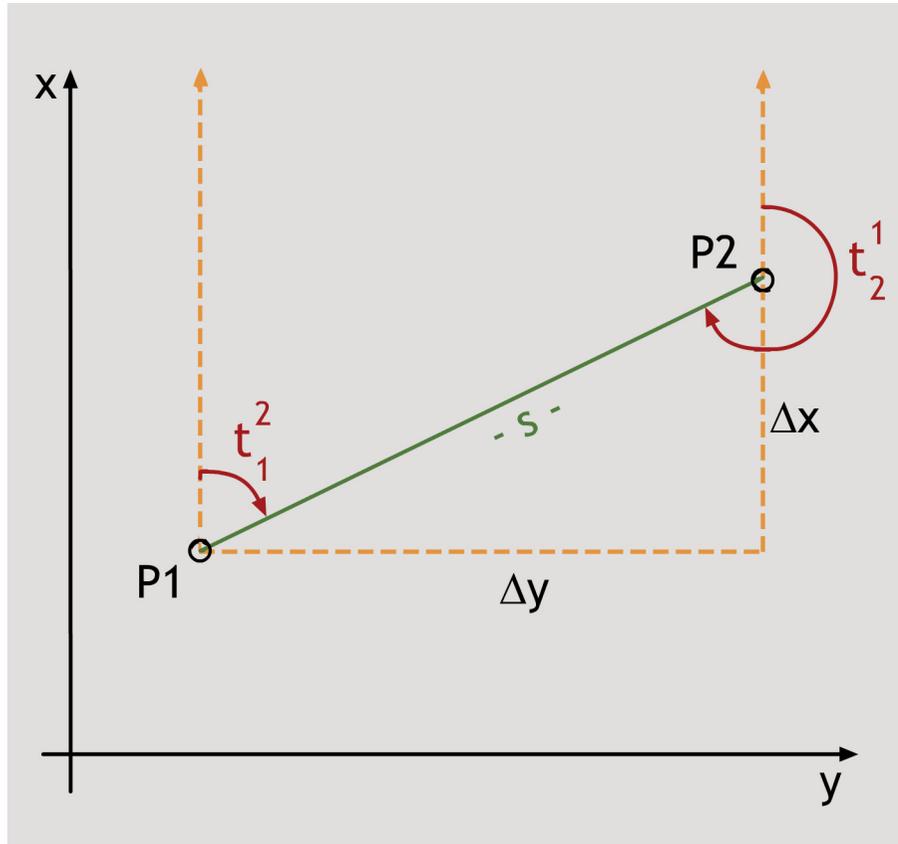
Kartesische Koo. aus
Polarkoordinaten

$$s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\tan t_1^2 = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Koordinatensysteme **Richtungswinkel**

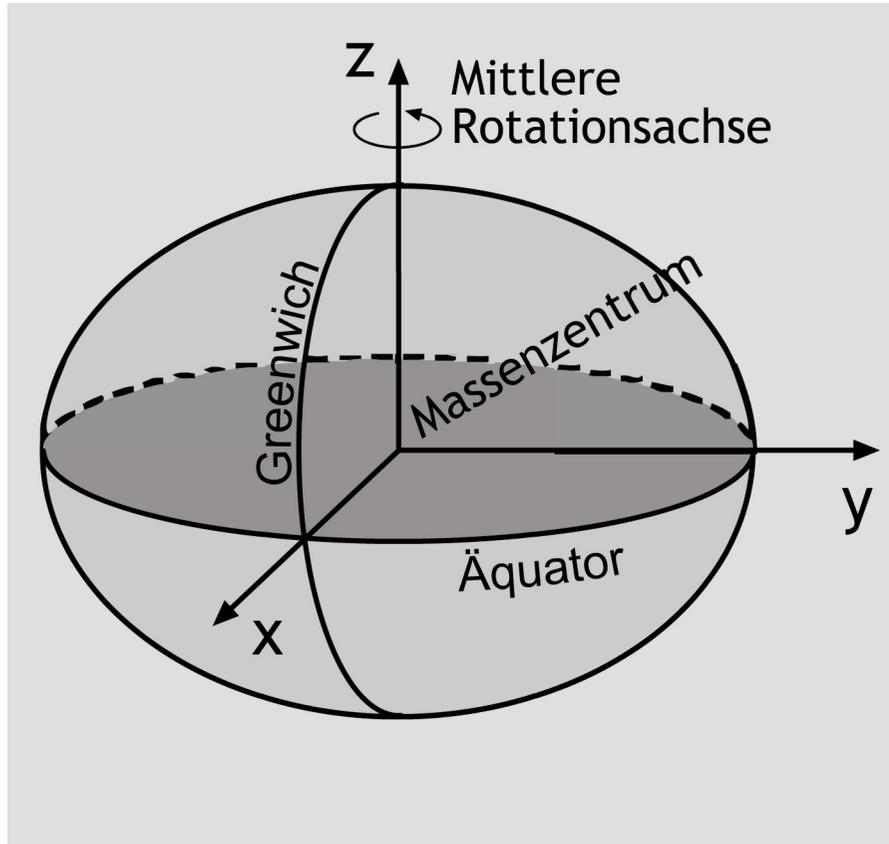


Der im Uhrzeigersinn gemessene Winkel zwischen der Nordrichtung und einer durch zwei Punkte festgelegten Geraden wird als **Richtungswinkel t** bezeichnet. Es gilt allgemein:

$$t_1^2 = t_2^1 \pm 200 \text{ gon}$$



Koordinatensysteme



Geozentrische Koordinaten auf dem Ellipsoid

Erdfestes, dreidimensionales, rechtwinkliges, **globales System** mit dem Ursprung im Erdschwerpunkt (Geozentrum).

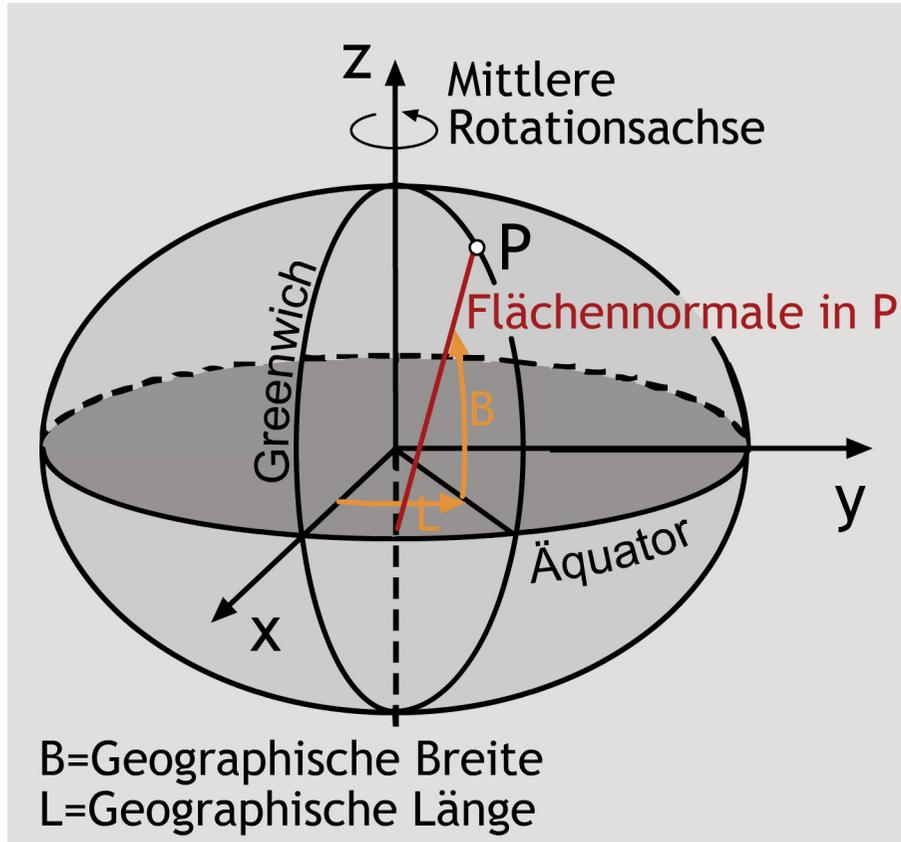
z-Achse: in Richtung der kleinen Halbachse, der mittleren Rotationsachse nach Norden.

x-Achse: in der Äquatorebene in bevorzugte Länge (z.B. Greenwich) gerichtet.

y-Achse: ergänzt das System zu einem Rechtssystem.

Koordinatensysteme **Geographische Koordinaten**

auf dem Ellipsoid



Erdfestes, krummliniges, globales Flächenkoordinatensystem. Punktlagen werden mittels geographischer Länge und Breite beschrieben.

- **geographischer Länge L**

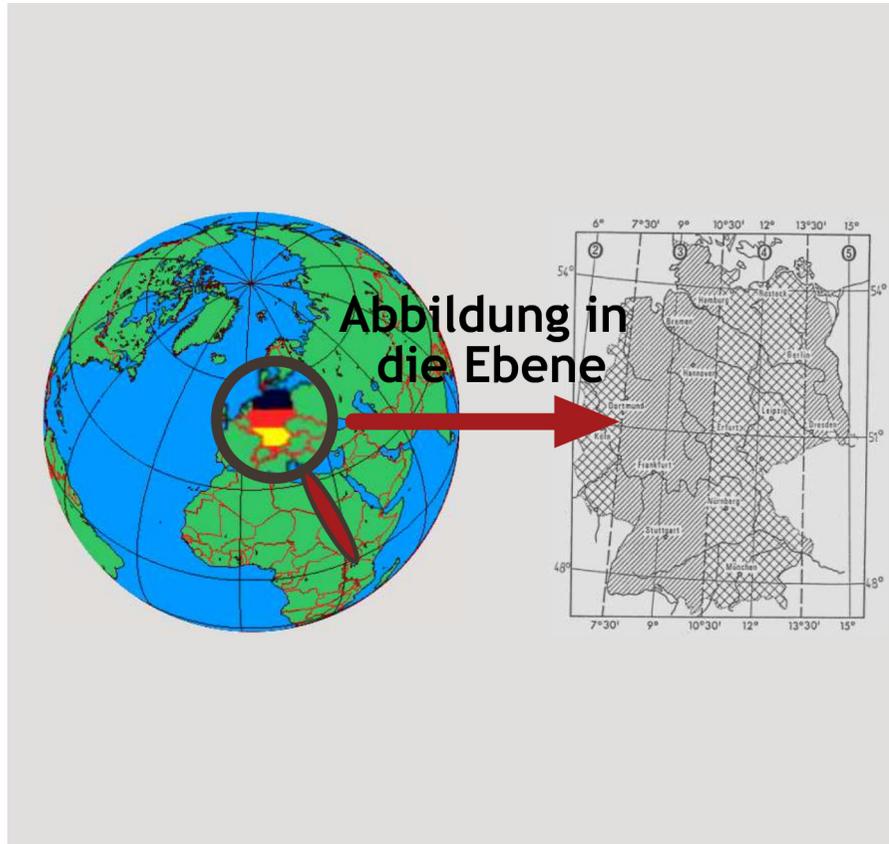
wird vom Nullmeridian in Greenwich aus westlich und östlich jeweils bis 180° gezählt.

- **geographischer Breite B**

wird vom Äquator polwärts von 0° bis 90° zu den Polen gezählt (nördlich (+), südlich (-)).



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**



Koordinaten, die sowohl auf einer gekrümmten Fläche, als auch in der Ebene gelten:

Es muß ein Modell gefunden werden, welches Koordinaten auf der Erdoberfläche möglichst **ähnlich** auf die Ebene abbildet.

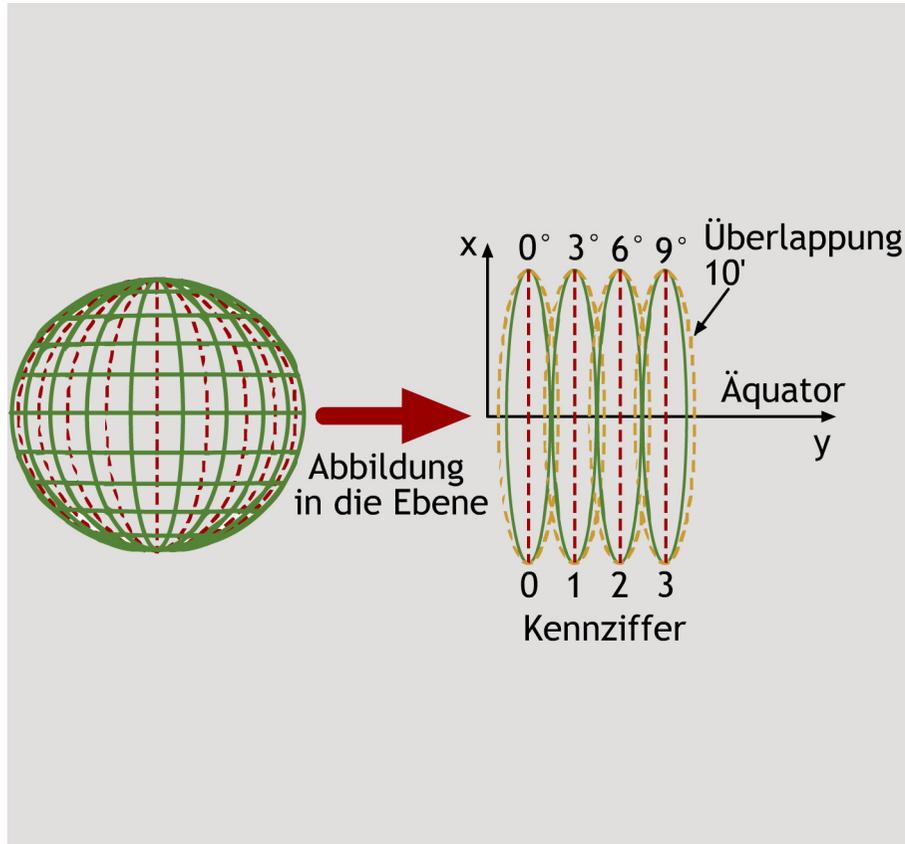
Problem:

Ohne **Verzerrungen** ist eine Abbildung in die Ebene nicht möglich.

Ähnlichkeit läßt sich nur im Differentiellen, **in kleinsten Teilen erreichen**.



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**

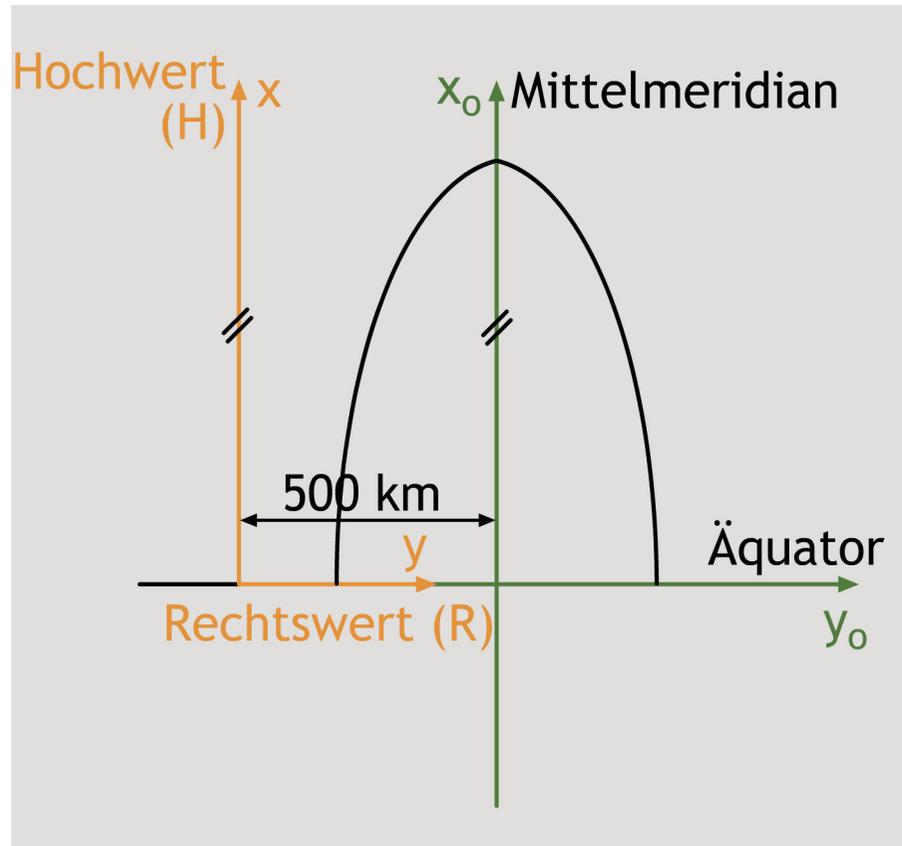


G.-K. Meridianstreifen

Um Teile der gekrümmten Erdoberfläche **konform** (winkeltreu) auf eine Ebene abzubilden, geht man von einer Einteilung in **Meridianstreifen** zu je 3° aus, welche mit "Meridian/3" bekenziffert werden. Jeder Streifen hat nach beiden Seiten eine Ausdehnung von $1^\circ 40'$, so dass eine Überlappung von $10'$ entsteht. Es ergeben sich so insgesamt 120 Streifen. In Deutschland liegen die Meridianstreifen bei 6° , 9° , 12° und 15° ö. L., bzw. bei Kennziffer (KZ) 2 bis 5.



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**



Definition von Gauß-Krüger Koordinaten:

- Bezugsebene (Abbildungsebene) liegt in Höhe $h=0$.
- y -Achse (Ordinate): Bild des Äquators; nach Osten positiv
- x -Achse (Abszisse): verläuft im Abstand von 500 km westlich zum geradlinigen Bild des Mittelmeridians; nach Norden positiv => Vermeidung negativer y -Werte
- Hauptmeridian wird längentreu abgebildet.
- Streifenbreite 3°

Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**

Koordinaten eines Punktes:

x-Wert:

- Abstand vom Äquator

y-Wert (3 Anteile):

- Abstand vom Mittelmeridian
- Addition von 500 km
- Vorsetzen der Kennziffer (KZ)

Beispiel:

Wie lauten die GK-Koordinaten der
Zugspitze ($L=10.9820^\circ \Rightarrow 12^\circ$ Streifen)?

x (Hochwert)	5253352.04		
y ₀ (Rechtswert)	-76817.99		
	+	500000.00	
	=	423182.01	
	+	4	KZ=12° / 3
	y =	4 423182.01	



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**

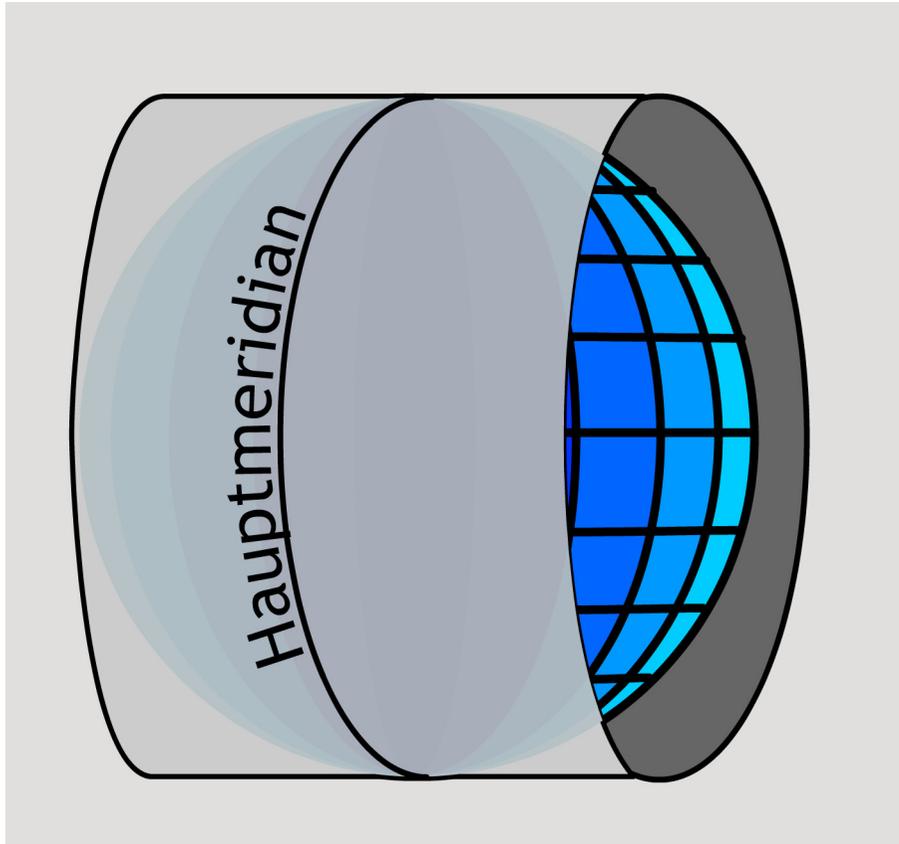


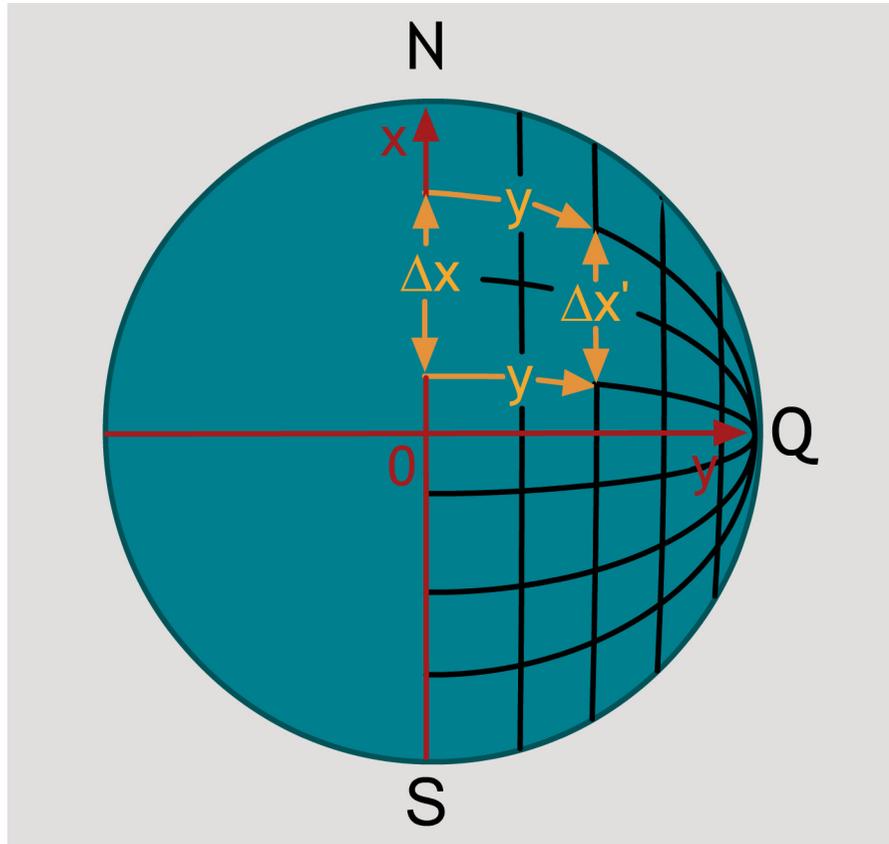
Abbildung:

Die Gaußsche konforme Abbildung kann als eine ellipsoidische transversale Mercatorprojektion und näherungsweise als **Zylinderprojektion** (siehe Lernmodul Kartenprojektionen) angesehen werden.

Der Zylinder berührt das Erdellipsoid im Hauptmeridian, der nach der Abwicklung des Zylinders in die Ebene **längentreu** abgebildet wird.



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**



Ellipsoidisches Orthogonalkoo.:

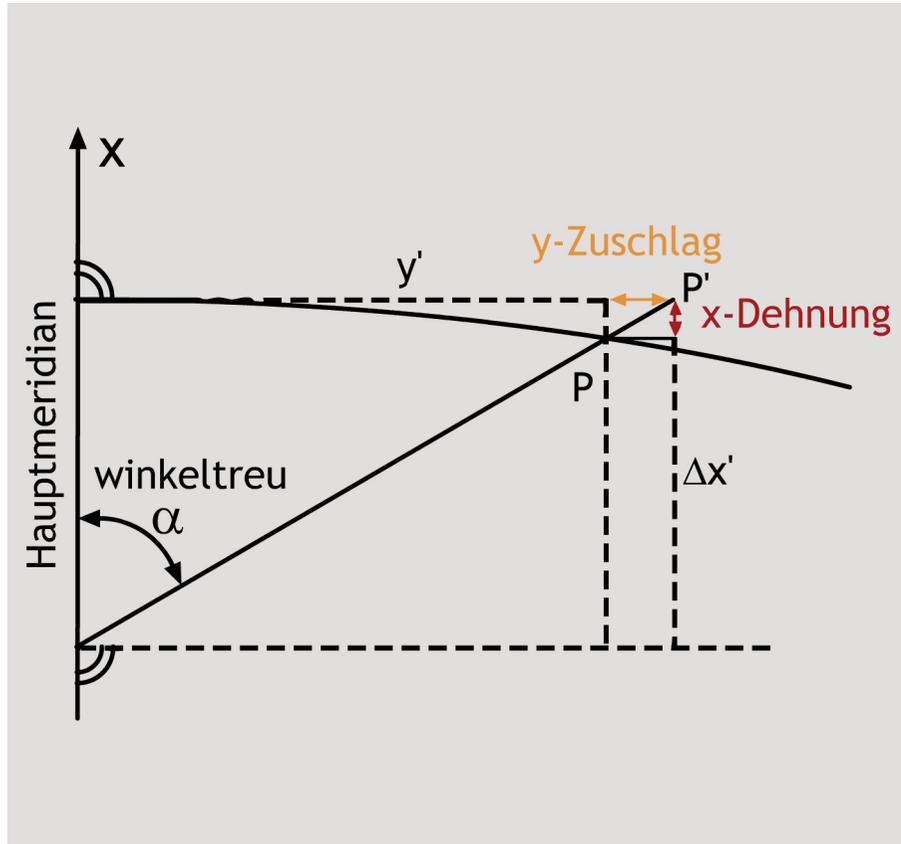
Die ellipsoidischen Koordinaten konvergieren untereinander mit zunehmenden Bogenlängen zum Querpole Q .

Damit die Ordinaten in der Ebene parallel abgebildet werden (kartesische Koordinaten), bekommen alle Abszissenunterschiede $\Delta x'$ die Länge Δx auf dem Hauptmeridian.

Damit nun die Winkeltreue gewahrt bleibt, muß auch jede Ordinate einen Zuschlag bekommen.



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**



Differentielle Abbildungsverzerrung:

x-Dehnung:

Dehnung von Δx mit zunehmendem Abstand zum Hauptmeridian.

$$\Delta x = \Delta x' \frac{y^2}{2r^2}$$

y-Zuschlag:

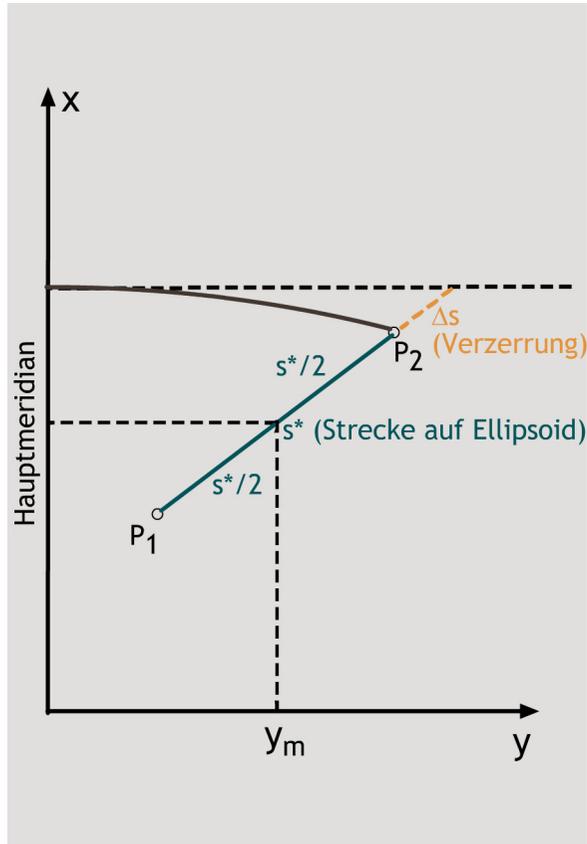
Ordinatenzuschlag, damit Winkeltreue gewahrt bleibt.

$$y = y' + \frac{y'^3}{6r^2}$$

r=Erdradius



Koordinatensysteme **Gauß-Krüger Koordinatensystem**



Streckenverzerrung:
Der Vergrößerungsfaktor für eine Strecke mit dem mittleren Abstand y_m vom Mittelmeridian:

$$m = 1 + \frac{y_m^2}{2r^2}$$

$$s = s^* + \Delta s = m \cdot s^*$$

$$\Rightarrow \Delta s = s^* \cdot \frac{y_m^2}{2r^2}$$

Beispiel1: $r = 6371 \text{ km}$;
 $s^* = 100 \text{ m}$; $y_m = 20 \text{ km}$

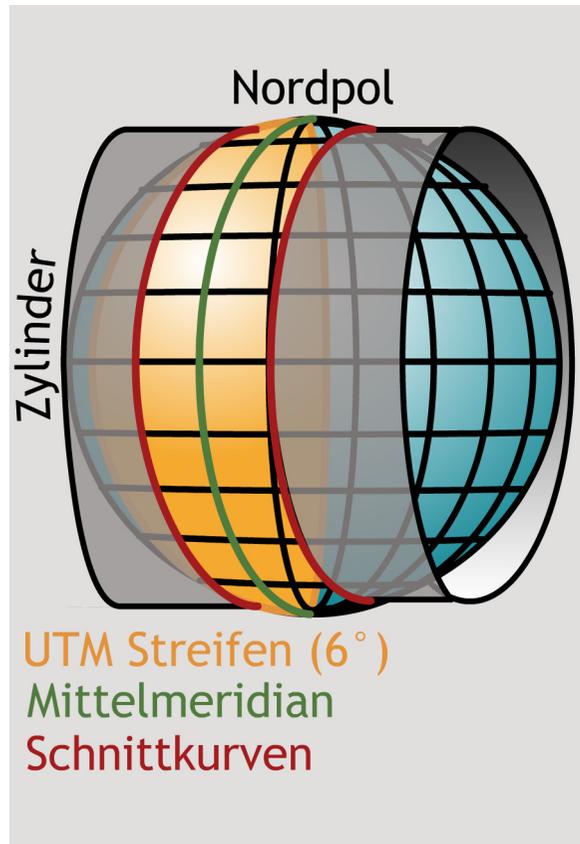
$y_m=20\text{km}$	$\Delta s=0,000\text{m}$
$y_m=50\text{km}$	$\Delta s=0,003\text{m}$

Beispiel2: $r = 6371 \text{ km}$;
 $s^* = 1000 \text{ m}$; $y_m = 20 \text{ km}$

$y_m=20\text{km}$	$\Delta s=0,005\text{m}$
$y_m=50\text{km}$	$\Delta s=0,031 \text{ m}$



Koordinatensysteme **UTM-System**



Universal **T**ransverse
Mercator Grid System

Eigenschaften:

- Streifenbreite 6°
- Schnittkurven werden längentreu abgebildet.
- Die Zählung der Streifen, hier Zonen genannt, beginnt beim Mittelmeridian 177° westl. Länge.

- In Europa Bezug auf Hayford-Ellipsoid.
- Im deutschen zivilen Vermessungswesen eingeführt 2001; ersetzt Gauß-Krüger System
- Deutschland wird größtenteils von Zone 9° östlicher Länge mit der Nummer 32 abgedeckt.



